

T H È S E

Présentée

A LA FACULTÉ DES SCIENCES DE L'UNIVERSITÉ DE LYON

en vue

DU DIPLOME DE DOCTEUR DE SPÉCIALITÉ (3^e Cycle) DE PHYSIQUE
(Physique Nucléaire)

par

Jacques SAU

Sujet :

Contribution à l'étude du bruit de génération-recombinaison
dans un détecteur de rayonnements nucléaires à barrière de surface.

soutenue le 11 Mai 1965 devant la Commission d'examen.

J U R Y

MM. A. SARAZIN

Président

R. CHÉRY

J. LAFOUCRIÈRE

Examineurs

J. MAX

Invité

T H È S E

Présentée

A LA FACULTÉ DES SCIENCES DE L'UNIVERSITÉ DE LYON

en vue

DU DIPLOME DE DOCTEUR DE SPÉCIALITÉ (3^e Cycle) DE PHYSIQUE
(Physique Nucléaire)

par

Jacques S A U

Sujet :

Contribution à l'étude du bruit de génération-recombinaison
dans un détecteur de rayonnements nucléaires à barrière de surface.

soutenue le 11 Mai 1965 devant la Commission d'examen.

J U R Y

MM. A. SARAZIN

Président

R. CHÉRY

Examineurs

J. LAFOUCRIÈRE

J. MAX

Invité





Digitized by the Internet Archive
in 2026

https://archive.org/details/IA41553406_0028

U N I V E R S I T E D E L Y O N

FACULTE DES SCIENCES

Doyens Honoraires

MM. LONGCHAMBON
MOUSSA
GAUTHIER Henri

Professeurs Honoraires

MM. LOCQUIN
de LARAMBERGUE
SOLLAUD
MENTZER
MOUSSA
JAFFARD
EYRAUD Henri
DEJARDIN
VIRET

Doyen

M. BRACONNIER

Assesseurs

MM. MESNARD
BOLDIN

Professeurs

MM. LONGCHAMBON

PRETTRE

COURTY

KUHNER

MALECOT

PARIS

AUMERAS

COLONGE

JANIN

FLANDRIN

BERNARD

DUFAY Jean

NIGON

GAUTHIER Henri

WAUTIER

CHOPIN

CUEILLERON

BRACONNIER

EYRAUD Charles

SARAZIN

BOIDIN

PERES

MESNARD

GRANDMONTAGNE

BOUTILLIER

LAFOUCRIERE

DREUX

TEICHNER

PAVANS de CECCATTY

MERLIN

DUFAY Maurice

LUBET

PHILBERT

COHEN-ADDAD

DAVID Louis

CHANEL

MAURY

DEPRAZ

GAUTHIER Jean

GAUME

Minéralogie

Chimie industrielle

Chimie- Physique

Botanique

Mécanique rationnelle et appliquée

Chimie minérale

Chimie

Chimie organique

Physique générale

Géologie appliquée

Physique industrielle

Astronomie

Zoologie expérimentale

Géologie générale

Zoologie

Chimie biologique

Chimie

Calcul différentiel et intégral

Chimie-Physique appliquée

Physique nucléaire

Microbiologie et Mycologie

Physiologie

Electronique

Physique

Minéralogie

Physique nucléaire théorique

Chimie organique

Chimie industrielle

Zoologie

Chimie analytique

Physique de l'Atmosphère

Physiologie

Physique nucléaire

Chimie

Géologie générale

Psychophysiologie

Méthodes mathématiques de la Physique

Physique nucléaire

Chimie

Physique expérimentale

Professeurs sans Chaire

MM. FERON	Mathématiques
LAFORGUE	Physique
LEGAY	Zoologie expérimentale S.P.C.N.
UZAN	Physique S.P.C.N.
CHENEVOY	Géologie appliquée
GINET	Zoologie
ASCH	Physique
MICHEL Pierre	Minéralogie
DUCET	Biologie végétale
Mle MAITROT	Physique
MM. GEVIN	Géologie générale
PONASSE	Mathématiques
d'INCAN	Physique
LEFEBVRE	Mathématiques
PERNET	Mathématiques
CHERY	Physique
BERGEON	Physique C.S.U.
Mle GAUTHERON	Chimie biologique

Maîtres de Conférences

Mme ERICSON	Physique générale
MM. MARTEL	Mécanique
MATHIEU	Mécanique des Fluides
ERBEIA	Physique
DESCOTES	Chimie organique
PICARD Philippe	Mathématiques
LEMOIGNE	Botanique
DEMARCO	Géologie générale
MICHEL Georges	Biochimie
LEBRETON	Biologie végétale
DAVID Jean	Biologie animale
TOUSSET	Chimie propédeutique
FEUVRAIS	Physique Electricité
PICARD Claude	Mathématiques
SCHMITT	Physique M.P.C.
LAURENT	Chimie organique
ROT	Mathématiques
BETHOUX	Mathématiques
Mle CALAIS	Mathématiques
GUSAKOW	Physique
Mle THOMAS	Chimie minérale

Maître de Conférences Adjoint

M. PIERRON

Chimie

Conseiller Administratif

M. BURNET

Secrétaire Principal Honoraire

M. ROUX

AVANT - PROPOS

Ce travail a été effectué à l'Institut de Physique Nucléaire de Lyon.

Je tiens à assurer Monsieur le Professeur A. SARAZIN Directeur de l'Institut de Physique Nucléaire de Lyon, de ma gratitude pour l'intérêt qu'il a porté à mon travail et l'appui que j'ai trouvé auprès de lui.

J'exprime ma très vive reconnaissance à Monsieur le Professeur R. CHERY qui m'a proposé ce sujet de travail et m'a constamment guidé de ses précieux conseils.

Je tiens à remercier Monsieur le Professeur J. LAFOUCRIERE d'avoir bien voulu accepter d'examiner ce travail.

Monsieur J. MAX du Service électronique du Centre d'études nucléaires de Grenoble, a bien voulu mettre à notre disposition son corrélateur, je le prie de vouloir trouver ici l'expression de mes plus vifs remerciements.

Une gratitude particulière va à Monsieur B. ESCUDIE pour l'aide que j'ai toujours trouvée auprès de lui lors de nos nombreux entretiens.

Je ne saurais oublier le personnel du Service de Spectrométrie Nucléaire pour sa sympathique collaboration.

INTRODUCTION

Les détecteurs de rayonnement nucléaire à semi-conducteur sont de plus en plus utilisés. Or leurs performances, essentiellement la résolution en énergie, dépendent de leur bruit de fond. Il nous a donc paru intéressant de connaître celui-ci de façon plus précise, et surtout celui provenant de la surface du détecteur. Nous avons donc mesuré le bruit de détecteurs à barrière de surface au silicium c'est à dire la répartition suivant la fréquence de la puissance moyenne ainsi que la transformée de Fourier de cette répartition encore appelée fonction d'autocorrélation. Puis nous avons construit un modèle théorique pour essayer d'interpréter les résultats obtenus.

Dans une première partie nous expliquons la formation d'une barrière de potentiel à la surface du semi-conducteur. Puis, après avoir rappelé diverses caractéristiques des fonctions aléatoires dépendant du temps nous nous intéressons au bruit dans le détecteur.

Nous donnons ensuite les résultats de nos mesures, résultats que nous tentons d'expliquer par la suite à l'aide d'un modèle basé sur la génération et la disparition des porteurs chargés intervenant dans la conduction électrique.

CHAPITRE I

VARIATION DU POTENTIEL A LA SURFACE D'UN SEMI-CONDUCTEUR

RAPPELS SUR LE MODELE DES BANDES D'UN CRISTAL

Dans un cristal les atomes sont rangés périodiquement dans l'espace. On montre alors que les niveaux d'énergie possibles des électrons se répartissent en bandes. Ces niveaux sont ensuite remplis conformément à la statistique de Fermi: si $N(E) dE$ est le nombre de niveaux d'énergie possibles compris entre E et $E+dE$, le nombre de ces niveaux occupés à l'équilibre thermique est $N(E) \frac{1}{1 + e^{\frac{E - E_F}{kT}}} dE$, où T est la température absolue, k la constante de Boltzmann. Un nouveau paramètre s'introduit c'est le niveau de Fermi E_F qui est le dernier niveau occupé à $0^\circ K$. Deux cas peuvent alors se présenter suivant que E_F est dans une bande interdite ou permise. La figure 1 représente ces 2 cas à $0^\circ K$. Etant donné qu'une bande totalement pleine ne participe pas à la conduction électrique, la figure (1-a) représente un conducteur à $0^\circ K$, et (1-b) un isolant. Néanmoins, quand la température s'élève un isolant peut conduire l'électricité : en effet des électrons de la bande totalement pleine (ou bande de valence) peuvent gagner la bande supérieure (ou bande de conduction). On a alors un semi-conducteur intrinsèque.

E_F = niveau de Fermi

E_C = bas de la bande de conduction

E_V = haut de la bande de valence

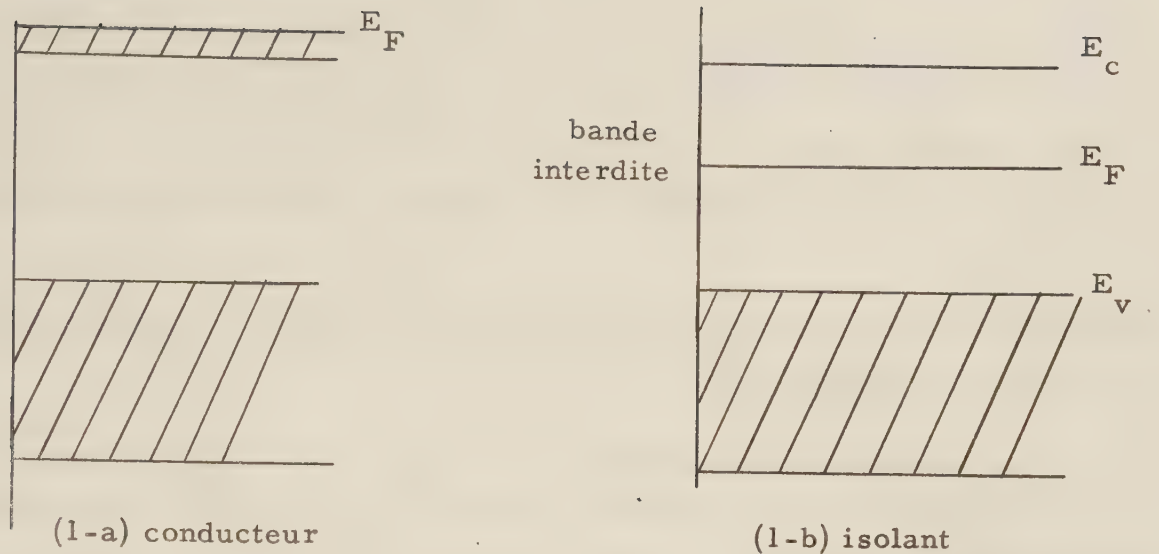


Figure 1 -

On montre aussi qu'une bande pratiquement pleine se comporte, du point de vue de la conduction électrique, comme si elle était occupée par des "trous" positifs de même masse que les électrons manquants et de charge opposée. Un semi-conducteur conduit donc grâce à ses électrons de conduction et à ses "trous". On peut aussi injecter dans le cristal une impureté telle qu'elle provoquerait l'apparition d'un électron dans un état d'énergie (ou donneur d'électron) près de la bande de conduction dans laquelle cet électron pourrait passer facilement. Le semi-conducteur sera dit alors de type "N", il conduira surtout grâce à ses électrons de conduction. De la même façon une impureté produisant un état d'énergie vide (ou accepteur) près de la bande de valence pourra y capter des électrons d'où un plus grand nombre de "trous". Le semi-conducteur est dit alors de type "P".

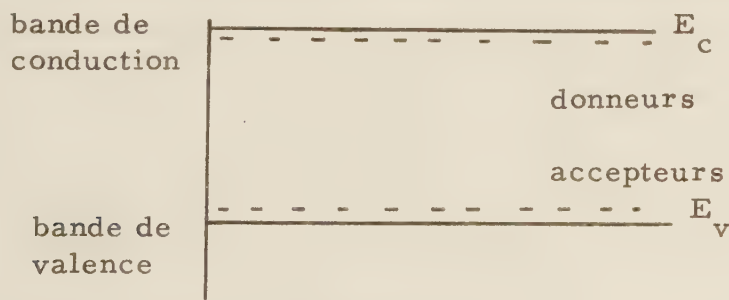


Figure - 2

Dans un conducteur, à cause de la grande population électronique, le potentiel est le même partout à l'équilibre thermique. Ce n'est pas ce qui se passe dans un semi-conducteur où le potentiel peut varier sur des distances non négligeables devant les distances interatomiques. C'est cette propriété qui est utilisée dans les détecteurs à "barrière de surface", ce phénomène ayant lieu à la surface, au contact métal semi-conducteur.

FORME DU POTENTIEL ELECTRIQUE A LA SURFACE D'UN SEMI-CONDUCTEUR A L'EQUILIBRE THERMIQUE

A - Mise en place du problème

Le semi-conducteur considéré sera de type "N". On sait que, pour un semi-conducteur, le gaz d'électron dans la bande de conduction (ou de trous dans la bande de valence) est non dégénéré à cause du peu de population devant les places disponibles. On peut donc lui appliquer la statistique de Maxwell-Boltzmann. La figure 3 indique le schéma des bandes à la surface du semi-conducteur, sachant qu'il suit les déformations du potentiel macroscopique V_{sc}

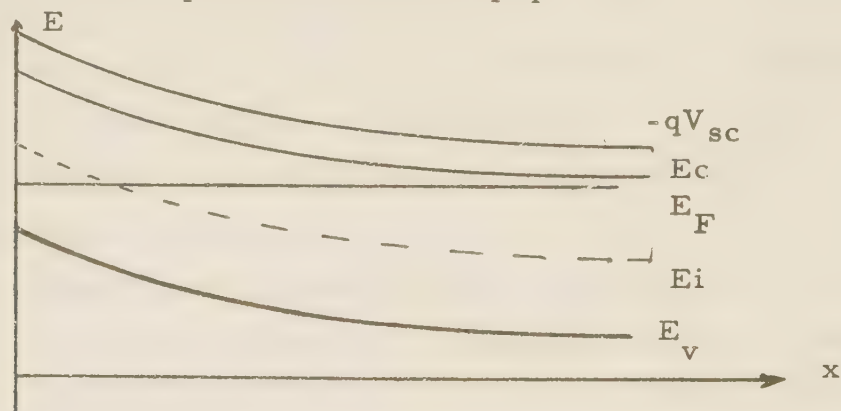


Figure - 3

V_{sc} = potentiel macroscopique dans le semi-conducteur

E_c = niveau d'énergie du bas de la bande de conduction

E_v = niveau d'énergie du haut de la bande de valence

E_F = niveau de Fermi

E_i = niveau tel que $E_i = \frac{E_c + E_v}{2}$

E_c est le niveau d'énergie le plus bas de la bande de conduction. E_v est le plus haut

niveau de la bande de valence. E_i est le niveau se trouvant au centre de la bande interdite, c'est le niveau de Fermi du semi-conducteur intrinsèque. Nous sommes à l'équilibre thermique donc E_F a la même valeur partout. Le semi-conducteur sera supposé infini et simplement limité par une surface plane. Nous calculerons le potentiel V en un point du solide distant de x de la surface. La forme de V_i sera donnée par l'équation de Poisson.

$$\frac{\partial^2 V_i}{\partial x^2} = - \frac{\rho(x)}{\epsilon} \quad \text{avec} \quad V_i = - \frac{E_i}{q}$$

où $\rho(x)$ est la densité de charge au point x et ϵ la permittivité diélectrique du milieu, $-q$ étant la charge de l'électron ($q = 1,6 \cdot 10^{-19}$ coulomb).

B - Résolution de l'équation de Poisson

1 - Calcul de $\rho(x)$ si n_v et p_v sont les densités d'électrons et de trous loin dans le semi-conducteur où celui-ci est neutre et $n(x)$ et $p(x)$ leurs densités respectives au point d'abscisse x $n(x)$ et $p(x)$ tendent vers n_v et p_v quand x tend vers l'infini.

$$\rho(x) = q \left[\left(p(x) - p(v) \right) - \left(n(x) - n_v \right) \right] \quad \text{I - 1}$$

Le fait que les gaz d'électrons et de trous ne soient pas dégénérés nous permet d'écrire :

$$n_v = n_i e^{q \frac{(V_o - V_F)}{k T}}$$

$$p_v = n_i e^{-q \frac{(V_i - V_F)}{k T}}$$

n_i est la densité électronique dans le semi-conducteur intrinsèque, V_o est la valeur de V_i dans le cristal neutre et $V_F = - \frac{E_F}{q}$

de même

$$n(x) = n_i e^{\frac{q(V_i - V_F)}{k T}}$$

$$p(x) = n_i e^{-q \frac{(V_i - V_F)}{k T}} \quad \text{(I-2)}$$

d'où

$$\rho(x) = q n_i \left[e^{-\frac{(V_o - V_F)}{k T}} (e^{-q(V_i - V_o)} - 1) + e^{\frac{(V_o - V_F)}{k T}} (1 - e^{\frac{q(V_i - V_o)}{k T}}) \right]$$

2 - Résolution de l'équation de Poisson

En prenant comme nouvelle fonction la quantité adimensionnelle $\Psi = \frac{qV}{kT} = \delta V$

on obtient si $U = \frac{d\Psi}{dx}$

$$\frac{U^2}{2} = - \frac{\delta q n_i}{\epsilon} \left[e^{-(\Psi_0 - \Psi_F)} (e^{(\Psi_i - \Psi_0)} - \Psi_i) + e^{(\Psi_0 - \Psi_F)} (\Psi_i - e^{\Psi_i - \Psi_0}) \right] + c^{te}$$

soit U_0 la valeur de $\frac{d\Psi}{dx}$ quand $\Psi_i - \Psi_0 = 0$, il vient

$$\frac{U^2}{2} = - \frac{\delta q n_i}{\epsilon} \left[e^{-(\Psi_0 - \Psi_F)} (1 - (\Psi_i - \Psi_0) - e^{-(\Psi_i - \Psi_0)}) + e^{(\Psi_0 - \Psi_F)} (\Psi_i - \Psi_0) + 1 - e^{(\Psi_i - \Psi_0)} \right] + \frac{U_0^2}{2} \quad (I-3)$$

En supposant le semi-conducteur infini vers les x positifs, c'est à dire sa longueur grande, devant la distance entre deux atomes, on aura alors pour x infini $\Psi_i = \Psi_0$ et $U_0 = 0$. On peut alors distinguer trois régions où l'intégration s'effectue simplement

$1 - (\Psi_i - \Psi_0)$ est petit

C'est une région qui a donc pratiquement les mêmes propriétés que le semi-conducteur neutre. En développant les exponentielles au voisinage de la valeur

$\Psi_i - \Psi_0 = 0$ et en tenant compte de :

$$p_v = n_i e^{-(\Psi_0 - \Psi_F)}$$

$$n_v = n_i e^{(\Psi_0 - \Psi_F)}$$

Il vient :

$$U = - (\Psi_i - \Psi_0) \left(\frac{2 \delta q (n_v + p_v)}{\epsilon} \right)^{\frac{1}{2}}$$

Soit :

$$(\Psi_i - \Psi_0) = C_1 e^{- \left(\frac{2 \delta q (n_v + p_v)}{\epsilon} \right)^{\frac{1}{2}}} \quad (I-4)$$

II - ψ_i est voisin de ψ_F

C'est la région où les densités $n(x)$ et $p(x)$ sont voisines de la densité intrinsèque n_i et donc très petites devant la concentration des donneurs ionisés n_D . Cette région ne peut exister dans un semi-conducteur "N" que si $\psi_0 > \psi_i$. En effet dans un tel semi-conducteur, le niveau de Fermi est au dessus du centre de la bande interdite donc $\psi_F = \psi_0$, et l'existence de la région où $\psi_i = \psi_F$ entraîne $\psi_i < \psi_0$.

On a alors :

$$U = \left(-2(\psi_i - \psi_0) \frac{q}{\epsilon} (n_v - p_v) \right) \quad \text{comme } n_v - p_v = n_D$$

d'où

$$2(\psi_0 - \psi_i) = \frac{q n_D}{\epsilon} (x - C_2)^2 \quad (I-5)$$

C'est la région parabolique, qui est la plus intéressante du point de vue de la détection, car c'est l'endroit où la concentration des porteurs sera la plus petite, donc les phénomènes de recombinaison les moins probables. Habituellement, pour évaluer l'étendue de cette région où la charge d'espace n'est pas nulle, on néglige la région I et le résultat est alors donné par C_2 puisque c'est la valeur prise par x dans l'équation (I-5) lorsque $\psi_i = \psi_0$.

III- La région où ψ_i est bien inférieure à ψ_F

Dans cette région c'est la densité des trous qui l'emporte. C'est une zone d'inversion.

On a alors :

$$\frac{U^2}{2} = \frac{q}{\epsilon} p_v e^{-(\psi_i - \psi_0)}$$

et sachant qu'en $x = 0$ $\psi_i = 0$

$$\left(\frac{q p_v}{2\epsilon} \right)^{\frac{1}{2}} x = e^{-\frac{\psi_0}{2}} \left[e^{\frac{\psi_i}{2}} - 1 \right]$$

et près de la surface où ψ_i est voisin de zéro

$$\psi_i = \left(\frac{2 q p_v}{\epsilon} \right)^{\frac{1}{2}} x \cdot e^{\frac{\psi_0}{2}}$$

ORIGINE DU POTENTIEL A LA SURFACE DU SEMI-CONDUCTEUR

Il reste à expliquer pourquoi le potentiel à la surface du semi-conducteur serait différent de celui à l'intérieur de l'échantillon. La première explication de ce phénomène a été celle de W. SCHOTTKY, puis J. BARDEEN envisage un phénomène plus complexe faisant intervenir des états d'énergie localisés, près de la surface du semi-conducteur, dans la bande interdite.

I - Théorie de la barrière de surface de SCHOTTKY

Nous avons un métal et un semi-conducteur en contact, SCHOTTKY définit alors un travail d'extraction métal semi-conducteur. C'est le travail qu'il faut fournir pour arracher un électron de la surface du métal et l'emmener au loin dans le semi-conducteur, travail qui peut d'ailleurs être négatif suivant la nature des matériaux en contact. Dessinons le contact métal-semi-conducteur, à l'équilibre thermique, le semi-conducteur sera pris de type N.

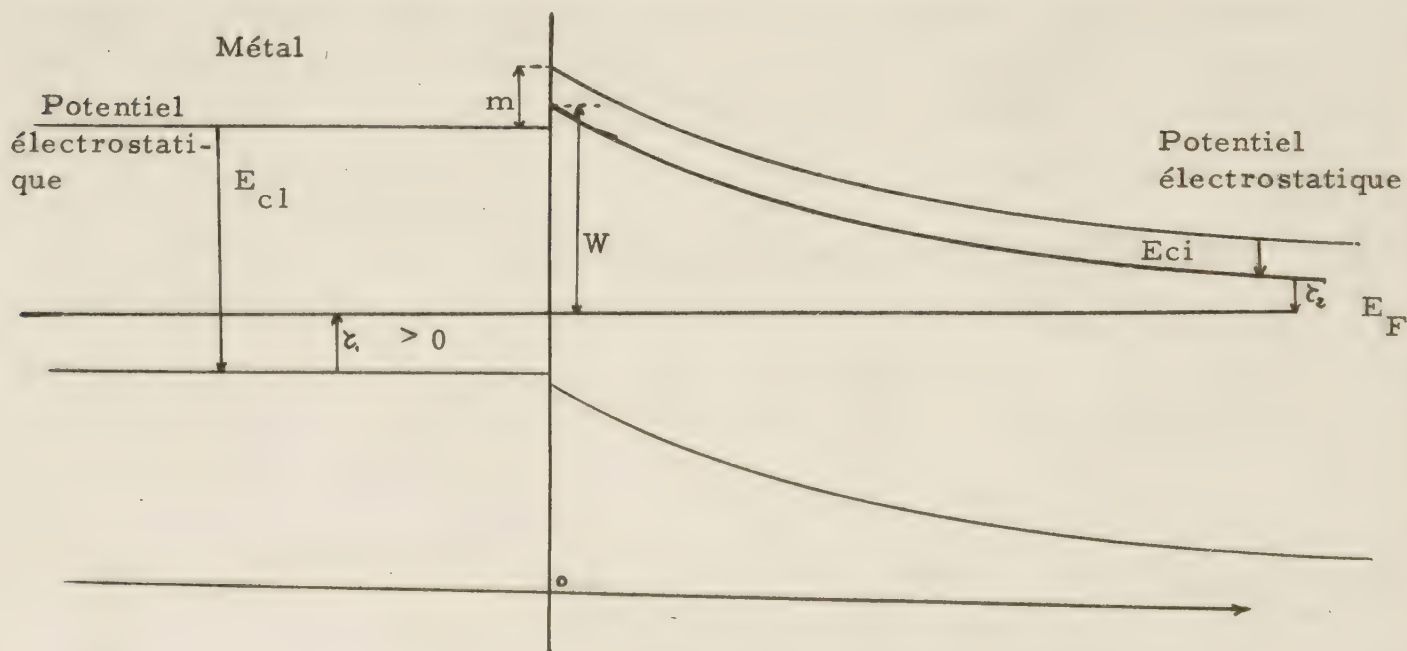


Figure 4

les potentiels électrostatiques doivent se raccorder à l'interface, ce qui a lieu dans le métal par un saut brusque à la surface à cause de la très grande conductivité, et

d'une façon continue dans le semi-conducteur.

Le travail d'extraction métal-semi-conducteur est la distance W qui sépare le niveau de Fermi E_F du bas de la bande de conduction à la surface du semi-conducteur.

Des impuretés étrangères à la surface forment une couche dipolaire d'où un saut brusque de potentiel w à la surface : w ne dépend pas du semi-conducteur. On voit que

$$W = \left| E_{c1} \right| - \varphi_1 = w - E_{C2}$$

E_{c1} et φ_1 sont caractéristiques du métal, w ne dépend évidemment pas du semi-conducteur. E_{C2} est l'énergie de liaison du semi-conducteur parfait, qui ne dépend pas de son caractère N ou P.

Nous rappelons que les électrons de conduction d'un cristal forment un gaz de Fermi dont l'énergie potentielle est celle du bas de la bande de conduction. Comme en outre dans un semi-conducteur ce gaz n'est pas dégénéré, la densité électronique en surface dans le semi-conducteur est alors :

$n_s = N_c e^{-\frac{W}{kT}}$ où N_c est la densité équivalente d'états au bas de la bande de conduction, qui est une constante pour un matériau donné.

n_s ne dépend donc nullement de la concentration électronique à l'intérieur du semi-conducteur qui s'écrit :

$$n_v = N_c e^{-\frac{\varphi_2}{kT}}$$

Il va donc il y avoir un passage de la densité électronique n_v à la densité n_s dans une couche limite.

Lorsque $|\varphi_2| > W$, alors $n_s > n_v$ la couche limite est appelée couche d'enrichissement ; lorsque $|\varphi_2| < W$, $n_s < n_v$ c'est une couche d'appauvrissement, ce qui est le cas de la figure précédente. La couche d'appauvrissement est d'ailleurs le cas le plus intéressant, on peut y mettre en évidence des effets redresseurs. Et, comme nous l'avons déjà dit, c'est aussi la région la plus adéquate pour la détection des radiations nucléaires, à cause justement de l'appauvrissement en porteurs.

II - LES ETATS DE SURFACE (BARDEEN et autres Réf. 19)

Le point de vue précédent supposait que le semi-conducteur n'était pas perturbé jusqu'à la surface sur laquelle existe une couche dipolaire qui modifie le potentiel à la surface. Ce n'est évidemment pas notre cas.

Exposons d'abord la méthode de fabrication des détecteurs à barrière de surface. La pastille de silicium qui sera le détecteur, a été découpée dans un monocristal à l'aide d'une scie à diamant. Puis la surface a été polie avec des grains de plus en plus fins pour terminer à la pâte diamant. Tous ces traitements mécaniques ont donc passablement perturbé le réseau cristallin superficiel créant des dislocations, rayures etc... Pour enlever toute cette zone, le silicium est décapé chimiquement à l'aide d'un décapant type CP4, puis rincé à l'eau désionisée. L'influence la plus importante alors va être celle de l'atmosphère ambiante, donc de l'oxygène, et éventuellement d'autres substances en contact avec la surface entre autre la vapeur d'eau. Ces impuretés pourront diffuser à l'intérieur du semi-conducteur sur une courte distance. On aura donc une couche superficielle dans laquelle la distribution des états d'énergie pouvant être occupés par les électrons sera différente de celle à l'intérieur du cristal. En effet les impuretés superficielles vont avoir pour conséquences l'apparition d'états d'énergie localisés à la surface dans la bande interdite, appelés états de surface. Les électrons piégés dans ces états de surface ne pourront participer à la conduction électrique, et d'autre part la concentration électronique en surface dans la bande de conduction, sera différente de celle à l'intérieur du semi-conducteur n_v , donc il existera une différence de potentiel V entre la surface et l'intérieur telle que

$$n_s = n_v e^{\frac{qV}{kT}}$$

différence de potentiel qui existe même avant le contact métallique. Le modèle de la surface du semi-conducteur est alors le suivant :

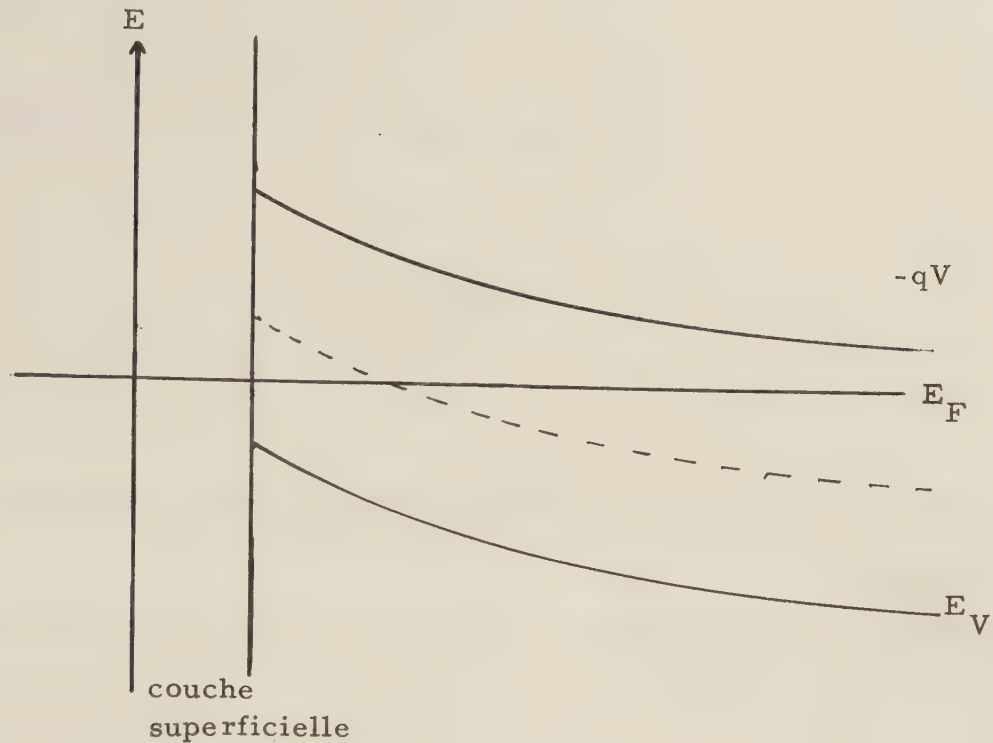


Figure 5

$-qV$ = barrière de potentiel

E_c = niveau du bas de la bande de conduction

E_v = niveau du haut de la bande de valence

E_i = milieu de la bande interdite

E_F = niveau de Fermi

Le contact métallique que nous évaporerons (de l'or dans notre cas) sera isolé du silicium proprement dit par la couche superficielle, en conséquence la barrière de potentiel sera peu modifiée par ce contact métallique. Nous avons exposé ci-dessus les résultats des travaux de nombreux chercheurs. En ce qui nous concerne nous retiendrons qu'il existe des états d'énergie localisés à la surface du silicium, et nous nous intéresserons aux phénomènes de génération et disparition de porteurs qui peuvent avoir lieu à travers ces états de surface.

CHAPITRE II

LE BRUIT DANS LE DETECTEURRAPPEL SUR LES VARIABLES ALEATOIRES DEPENDANT DU TEMPSDéfinitions :

Une variable aléatoire X est un nombre dont la valeur, prise dans l'ensemble des nombres réels dépend du hasard. On peut définir la probabilité $P(n)$ pour que X prenne la valeur n , si X ne peut prendre que des valeurs discontinues, ou si X peut prendre des valeurs continues la probabilité $p(x) dx$ pour que $x < X < x+dx$. On appelle alors valeur moyenne de X la quantité :

$$n_0 = E[X] = \sum_n n P(n) \quad \text{si } X \text{ est discontinu}$$

$$x_0 = E[X] = \int_x x P(x) dx \quad \text{dans le cas continu}$$

Le symbole $E[X]$ signifie espérance mathématique de X . Les quantités $E[X^q]$ s'appellent les moments $E[X^q]$ sera un moment du q ème ordre.

La variance ou écart quadratique moyen s'écrit :

$$\sigma^2 = E[(X - E(x))^2] = \sum_n (n - n_0)^2 P(n) \quad \text{ou}$$

$$\sigma^2 = E[(X - E(x))^2] = \int_x (x - x_0)^2 P(x) dx$$

On peut s'intéresser aussi à un ensemble de deux variables aléatoires X et Y , et on définit alors la probabilité $P(n, m)$ pour que $X = n$ et $Y = m$, ou dans le cas continu la probabilité $p(x, y) dx dy$ pour que $x < X < x+dx$ et $y < Y < y+dy$

On a ainsi :

Valeur moyenne de X

$$n_0 = \sum_m \sum_n n P(n, m) \quad \text{ou}$$

$$x_0 = \iint_{\gamma, \kappa} X p(x, y) dx dy$$

écart quadratique moyen de X

$$\sigma_x^2 = \sum_m \sum_n (n - n_0)^2 P(n, m) \quad \text{ou}$$

$$\sigma_x^2 = \iint_{\gamma, \kappa} (x - x_0)^2 p(x, y) dx dy$$

et des expressions équivalentes pour Y.

En outre on appellera covariance entre X et Y l'expression

$$\Gamma_{xy} = E \left[(X - E(x)) (Y - E(y)) \right] = \sum_m \sum_n (n - n_0) (m - m_0) P_{nm}$$

ou

$$\Gamma_{xy} = \iint_{\gamma, \kappa} (X - X_0) (Y - Y_0) p(x, y) dx dy \quad \text{dans le cas continu}$$

Variable aléatoire dépendant du temps

Dans les problèmes relatifs au bruit de fond, la variable aléatoire cause de ce bruit de fond dépend en outre du paramètre temps. Les propriétés statistiques de $X(t)$ seraient déterminées si on pouvait connaître la loi de probabilité de l'ensemble des variables aléatoires $X(t_1), X(t_2) \dots X(t_k)$, $t_1, t_2 \dots t_k$ étant un ensemble quelconque d'instants, en nombre K quelconque.

Pratiquement, ce qui nous intéresse surtout ce sont les moments du premier ordre $E[X(t)]$ et du second ordre $\Gamma_{t_1 t_2}$ qui devient la variance lorsque $t_1 = t_2$.

Nous allons supposer en outre que la variable aléatoire $X(t)$ est stationnaire, c'est à dire que les propriétés statistiques de $X(t)$ sont invariantes par translation sur l'axe des temps. Dans ces conditions le moment $E[X(t)]$ est une constante indépendante du temps et la covariance $\Gamma_{t_1 t_2}$ ne dépend plus que de la différence $t_2 - t_1 = \theta$ et s'appellera la fonction de corrélation $C(\theta)$. En supposant $X(t)$ centré ($E[X(t)] = 0$)

$$C(\theta) = \Gamma_{t_1 t_2 - \theta} = E[X(t) X(t - \theta)]$$

La fonction $C(\theta)$ est une fonction paire. Elle jouit en plus d'une propriété importante elle est la transformée de Fourier de la densité spectrale énergétique du bruit $S(\nu)$ $S(\nu) d\nu$ mesurant la puissance moyenne contenue dans la bande de fréquence entre ν et $\nu + d\nu$. C'est à cette fonction de corrélation et à cette densité spectrale énergé-

tique que nous nous sommes intéressé dans notre travail.

Le fait d'étudier des variables aléatoires stationnaires nous permet de procéder autrement pour calculer les espérances mathématiques. Celles-ci pouvant être remplacées par des moyennes temporelles, c'est à dire que l'on peut écrire

$$E [X(t)] = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T X(t) dt$$

et

$$C(\theta) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T X(t) X(t-\theta) dt \quad X(t) \text{ étant centré.}$$

LE BRUIT DANS LE DETECTEUR

Les causes qui peuvent influencer sur le pouvoir de résolution d'un détecteur de rayonnement nucléaire peuvent être à priori classées en deux catégories.

1 - Les causes dues à l'interaction entre le rayonnement et le détecteur

2 - Les causes dues au détecteur lui-même

1 - Interaction entre le détecteur et le rayonnement nucléaire

La particule nucléaire qui pénètre dans le détecteur, dans notre cas un semi-conducteur, provoque une série d'ionisations successives. En notant E l'énergie de la particule nucléaire et ∂ l'énergie nécessaire en moyenne pour former une paire électron-trou, on a donc, si N est le nombre moyen d'ionisations

$$N = \frac{E}{\partial}$$

Si nous supposons que le nombre d'ionisations est distribué au hasard (donc suivant une loi de Poisson) autour de cette valeur moyenne, nous obtenons pour la variance de ce processus

$$\sigma_N = \left(N \right)^{\frac{1}{2}}$$

d'où nous déduisons l'énergie correspondant à σ_N paires d'électron-trou

$$\sigma_E = \partial \left(N \right)^{\frac{1}{2}}$$

ou

$$\sigma_E = (E \partial)^{\frac{1}{2}}$$

c'est à dire si nous prenons l'exemple d'une particule α de 8 MeV détectée dans du

silicium ($\vartheta = 3,6 \text{ eV}$) on obtient

$$\sigma_E = 5,4 \text{ KeV}$$

Le bruit dû au détecteur lui-même

A) Le bruit thermique

Dans un conducteur, ou semi-conducteur, les porteurs libres, qui seuls contribuent à la condition, forment un gaz de Fermi. Ils sont soumis à l'agitation thermique. Ce phénomène conduit au résultat bien connu suivant : on peut considérer que l'on a en série avec l'échantillon une tension aléatoire de valeur moyenne nulle, et de densité spectrale uniforme donnée par

$$\overline{v^2}(\nu) d\nu = 4 k T R d\nu$$

où k est la constante de Boltzmann, T la température absolue et R la résistance de l'échantillon. Cette source de tension aléatoire est aussi équivalente à un générateur de courant aléatoire en parallèle avec la résistance et de densité spectrale :

$$\overline{i^2}(\nu) d\nu = \frac{4 k T}{R} d\nu$$

Intéressons nous au schéma électrique de montage d'un détecteur (Nous remplaçons le détecteur par une résistance R et une capacité δ_1)

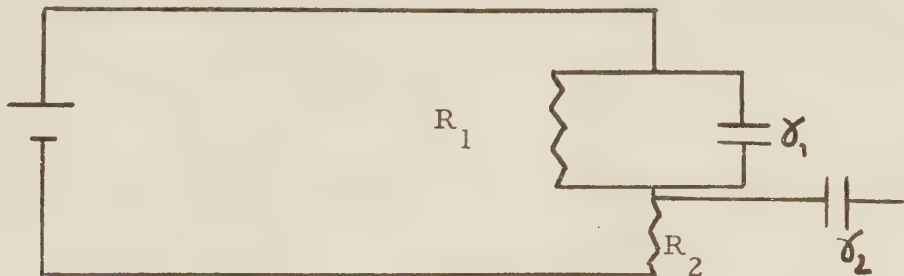


Figure 6

Une source de tension continue polarise le détecteur.

R_2 est la résistance de charge et δ_2 la capacité de liaison .

Ce que nous mesurons dans une détection est la variation de tension aux bornes de R_2 . Nous avons deux sources de bruit thermique indépendantes en R_1 et R_2 . Tra-

çons le schéma équivalent de bruit en notant i_1 et i_2 les courants aléatoires en parallèle avec R_1 et R_2 .

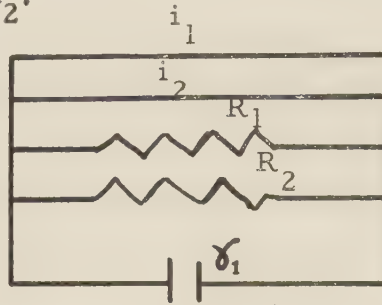


Figure 7

Notons par Z l'impédance du circuit

$$Z = \frac{R}{1+jR\delta_1\omega} \quad \text{où} \quad \omega = 2\pi\nu \quad \text{est la pulsation}$$

en posant

$$R = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$$

d'où la différence de potentiel pour une fréquence ν aux bornes de R_2

$$V(\omega) = \left[i_1(\omega) + i_2(\omega) \right] \frac{R}{1+jR\delta_1\omega}$$

et son carré moyen sachant que i_1 et i_2 sont indépendants

$$\overline{V^2(\omega)} = \left[\overline{i_1^2(\omega)} + \overline{i_2^2(\omega)} \right] \frac{R^2}{1+R^2\delta_1^2\omega^2}$$

or

$$\overline{i_1^2(\omega)} + \overline{i_2^2(\omega)} = \frac{4kT}{2\eta} \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) = \frac{4kT}{2\eta R}$$

$$\overline{V^2(\omega)} = \frac{4kTR}{2\eta} \frac{1}{1+\omega^2 R^2 \delta_1^2}$$

$\overline{V^2(\omega)}$ est la densité spectrale énergétique du bruit, on en déduit facilement sa transformée de Fourier qui est la fonction de corrélation $C(\theta)$ et la variance

$$\sigma^2 = C(0) = \int_0^\infty \overline{V^2(\nu)} d\nu$$

D'où le nombre d'ionisations nécessaires pour produire $(C(0))^{\frac{1}{2}}$ si q est la charge

de l'électron.

$$\Delta N = \frac{\gamma_i}{q} \left(\frac{k T}{\gamma_i} \right)^{\frac{1}{2}}$$

d'où en énergie de particule

$$\sigma_i = \frac{\partial}{q} (k T \gamma_i)^{\frac{1}{2}}$$

Donc pour une jonction de capacité 20 pf, ce qui correspond à un silicium de résistivité 1.000 Ω cm et polarisé sous 100 volts, et une surface sensible de 1,5 cm de diamètre

$$\sigma_i = 6,2 \text{ KeV}$$

Pour les surfaces sensibles habituelles de 0,5 cm de diamètre

$$\sigma_i = 3 \text{ KeV}$$

Le bruit dû au courant

B - le bruit de grenaille

C'est le cas le plus simple. On suppose que les porteurs traversent l'échantillon sans qu'il y ait ni recombinaison, ni génération ni piégeage de porteur. Dans ces conditions les instants d'arrivée des porteurs sur une électrode sont distribués au hasard. Ce problème a été étudié par SCHOTTKY. On peut considérer qu'on a en parallèle avec la résistance un générateur de courant i fluctuant aléatoirement de valeur moyenne nulle et de densité spectrale.

$$\overline{i^2}(\nu) d\nu = 2 I q d\nu$$

I étant le courant qui traverse la jonction.

Le schéma équivalent est le même que celui tracé dans le paragraphe précédent avec seulement un seul générateur de courant d'où :

$$\overline{V^2} = \frac{I q R}{2 \gamma_i} = \frac{I R C}{2 q} \frac{q^2}{\gamma_i^2}$$

Nombre d'ionisations qui auraient été nécessaires pour créer $(\overline{V^2})^{\frac{1}{2}}$

$$\left(\overline{\Delta N^2} \right) = \frac{\gamma_i}{q} \left(\overline{V^2} \right)^{\frac{1}{2}} = \left(\frac{I R \gamma_i}{2 q} \right)^{\frac{1}{2}}$$

d'où

$$\sigma = \frac{1}{2} \left(\frac{I R}{2 q} \right)$$

C - Le bruit de génération recombinaison

Les porteurs ne peuvent pas traverser le détecteur à barrière de surface sans disparaître réapparaître etc...., d'où un bruit de génération et recombinaison. Son effet est surtout prépondérant à la surface : si nous nous plaçons dans la masse du semi-conducteur où le cristal est relativement parfait la disparition d'un électron de la bande de conduction nécessite la transition de celui-ci dans la bande de valence, et la probabilité de cette transition dépendra de la largeur de la bande interdite E_{cv} , elle sera proportionnelle à $e^{-\frac{E_{cv}}{kT}}$. A la surface, l'électron pour disparaître de la bande de conduction, peut simplement être piégé par un état de surface de niveau d'énergie E_t , comme $E_t < E_{cv}$, la probabilité de disparition (ou de réapparition) sera beaucoup plus grande à la surface qu'à l'intérieur du semi-conducteur.

Ce bruit sera étudié plus en détail dans les chapitres ultérieurs.

CHAPITRE III

MESURE DE LA FONCTION D'AUTOCORRELATION ET
DE LA DENSITE SPECTRALE

TRACE DE LA COURBE REPRESENTANT LA FONCTION DE CORRELATION

A - Principe de la mesure

La fonction de corrélation a été définie précédemment

$$C(\theta) = E \left[X(t) X(t-\theta) \right]$$

où $X(t)$ est une variable aléatoire centrée dépendant du paramètre temps. Dans notre problème $X(t)$ est la variable aléatoire courant électrique $I(\nu)$, supposée centrée.

Calculer $C(\theta)$ de cette façon est évidemment impraticable expérimentalement : cela supposerait que l'on puisse disposer d'un très grand nombre d'échantillons identiques, qui puissent donner au même instant la probabilité $P(X(t), X(t-\theta))$ à deux dimensions de trouver les variables $X(t)$ et $X(t-\theta)$.

On peut remarquer que le phénomène est supposé ergodique et stationnaire. C'est à dire que la probabilité $P(X(t) X(t-\theta))$ est invariante par translation sur l'axe des temps. On peut donc remplacer l'examen d'un grand nombre de couples de valeurs $X(t) X(t-\theta)$ à un instant donné, par l'examen des valeurs successives que prennent les couples $X t, X t - \theta$ au cours du temps pour un échantillon particulier. On peut donc obtenir la fonction de corrélation à l'aide d'une moyenne temporelle. En appelant $I(t)$ la valeur centrée de la variable aléatoire courant électrique du détecteur, on peut avoir, expérimentalement

$$C(\theta) = \frac{1}{T} \int_0^T I t I (t+\theta) dt$$

T borné ; la valeur exacte de $C(\theta)$ étant évidemment

$$C(\theta) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T I(t) I(t+\theta) dt$$

On pense donc à priori calculer $C(\theta)$ à partir de corrélations analogiques. Il suffirait d'effectuer une multiplication suivie d'une intégration. En pratique c'est souvent impossible car il s'agit d'effectuer une multiplication instantanée avec une dynamique suffisante. Cette méthode ne peut s'appliquer que pour des très basses fréquences.

On est conduit à calculer $C(\theta)$ à l'aide de corrélateurs qui quantifient le signal.

Conséquence de la quantification

Quantifier le signal $I(t)$ c'est le transformer en un signal $\hat{I}(t)$ tel que celui-ci ne puisse prendre que des valeurs discrètes. Habituellement ces valeurs discrètes diffèrent chacune de la précédente d'une quantité constante q appelée le pas de quantification.

Le signal $\hat{I}(t)$ sera ici tel que

$$\hat{I}(t) = \left(k + \frac{1}{2}\right) q \quad \text{si} \quad kq < I(t) < (k+1)q$$

c'est à dire

$$\hat{I}(t) = q \left[\text{Ent} \left(\frac{I(t)}{q} \right) + \frac{1}{2} \right]$$

$\text{Ent} \left[\frac{I(t)}{q} \right]$ signifie partie entière de $\frac{I(t)}{q}$

Comme l'a montré G. BONNET (23) ce type de quantification conserve le centrage.

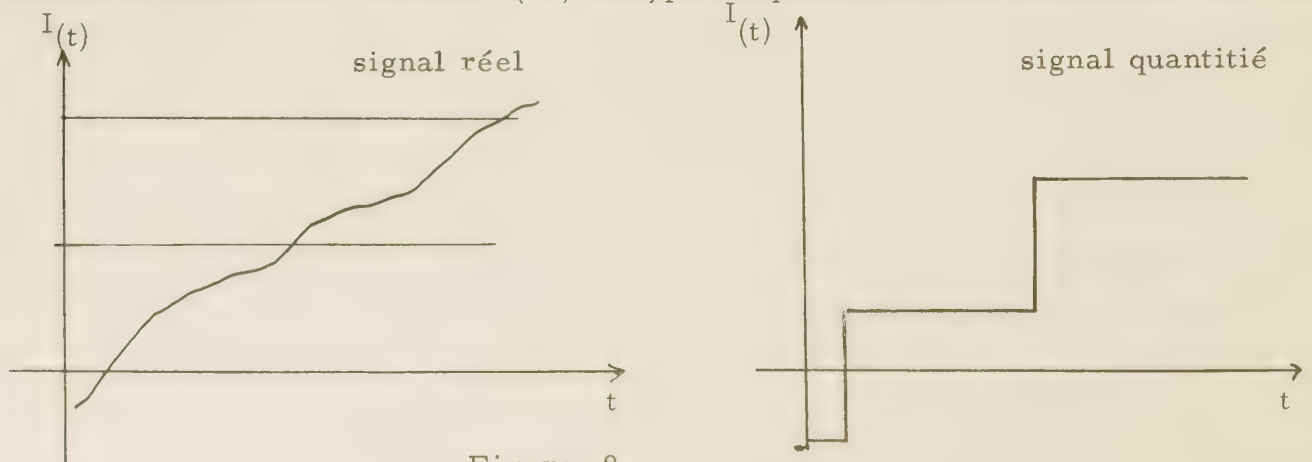


Figure 8

Le signal $I(t)$ ne pouvant prendre que des valeurs discrètes, la multiplication analogique peut être alors remplacée par une multiplication logique ; les valeurs du produit sont en effet en nombre fini, nombre qui dépend de la finesse de la quantification. Evidemment plus la quantification est fine et plus la multiplication se compliquera, puisque le produit peut prendre un nombre de valeurs plus grand.

Le problème est donc de savoir jusqu'à quel point on peut se contenter d'une quantification grossière pour le calcul de la fonction de corrélation avec une assez bonne précision.

Calcul de la fonction de corrélation de la variable quantifiée

Ce calcul a été effectué par G. BONNET. Nous ne reprendrons ici que les étapes principales de son calcul.

Soit $I(t)$ la variable aléatoire courant électrique, dépendant du paramètre temps. On peut construire un ensemble de deux variables aléatoires I_1, I_2 tel que

$$I_1 = I(t)$$

$$I_2 = I(t+\theta)$$

si i est l'ensemble, continu, des valeurs que peut prendre $I(r)$ on peut écrire :

$$\Pr(i_1 < I_1 < i_1 + di_1, i_2 < I_2 < i_2 + di_2) = P(i_1, i_2) di_1 di_2$$

Les lois de probabilité de $\hat{I}(t)$ est alors

$$\Pr\left(\hat{I}_1 = \left(n + \frac{1}{2}\right)q, \hat{I}_2 = \left(m + \frac{1}{2}\right)q\right) = \int_{mq}^{(m+1)q} \int_{nq}^{(n+1)q} P(i_1, i_2) di_1 di_2$$

On peut alors calculer la fonction caractéristique $\hat{\varphi}(u_1, u_2)$ de la distribution $(\hat{I}_1, \hat{I}_2)$ en fonction de $\varphi(u_1, u_2)$ fonction caractéristique de la distribution (I_1, I_2)

On rappelle que la fonction caractéristique est la transformée de Fourier de la loi de probabilité : on utilise alors une propriété de la fonction caractéristique en écrivant :

$$\hat{C}(\theta) = E \left[\hat{I}_1 \hat{I}_2 \right] = - \frac{\partial \hat{\varphi}(u_1, u_2)}{\partial u_1 \partial u_2} \bigg|_{\substack{u_1 = 0 \\ u_2 = 0}}$$

Le processus $I(t)$ dans notre cas étant gaussien c'est à dire que

$$\varphi(u_1, u_2) = e^{-\frac{\sigma^2}{2} (u_1^2 + 2\rho(\theta)u_1u_2 + u_2^2)}$$

où $\rho(\theta)$ est la fonction de corrélation normée

$$\rho(\theta) = \frac{C(\theta)}{\sigma^2}$$

on trouve :

$$\hat{C}(\theta) = C(\theta) \left[1 + 4 \sum_{k_2=1}^{\infty} e^{-2\eta^2 \frac{\sigma^2}{q^2} k^2} \right] + \frac{q^2}{17^2} \sum_{k_1, k_2=1}^{\infty} \frac{1}{k_1 k_2} e^{-2\eta^2 \frac{\sigma^2}{q^2} (k_1^2 + k_2^2)} \cdot \sinh \left[4\eta^2 \frac{\sigma^2}{q^2} \rho(\theta) k_1 k_2 \right]$$

Si on choisit $\sigma = q$, ce qui est pratiquement le cas du corrélateur que nous avons employé, l'ordre de grandeur des séries du second nombre est très petit. En effet nous obtenons pour la première série une valeur de l'ordre de 10^{-8} et pour la seconde de l'ordre de $\frac{C(\theta)}{100}$ dans le cas le plus défavorable. On peut donc dire que la fonction de corrélation a été très peu modifiée par la quantification indiquée ci-dessus.

B - Description du corrélateur employé

Le corrélateur employé est celui réalisé par J. MAX au Centre Nucléaire de Grenoble.

1 - Dispositif donnant le retard

Le dispositif à retard est un enregistreur magnétique. La fonction $I(t)$ est enregistrée sur deux postes d'une bande magnétique. Pour avoir le retard θ , à la lecture on décale simplement une des têtes de lecture par rapport à l'autre. Compte tenu de la vitesse de la bande magnétique et du décalage des deux têtes on peut avoir des retards allant de quelques microsecondes à plusieurs minutes.

2 - Le corrélateur

Les fonctions $I(t)$ et $I(t+\theta)$ sont ensuite injectées dans un dispositif de quantification à neuf niveaux numérotés $\theta, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \pm 4$. On voit donc immédiatement que le produit ne pourra prendre que dix valeurs, au signe près: 0, 1, 2, 3, 4, 6, 8, 9, 12, 16.

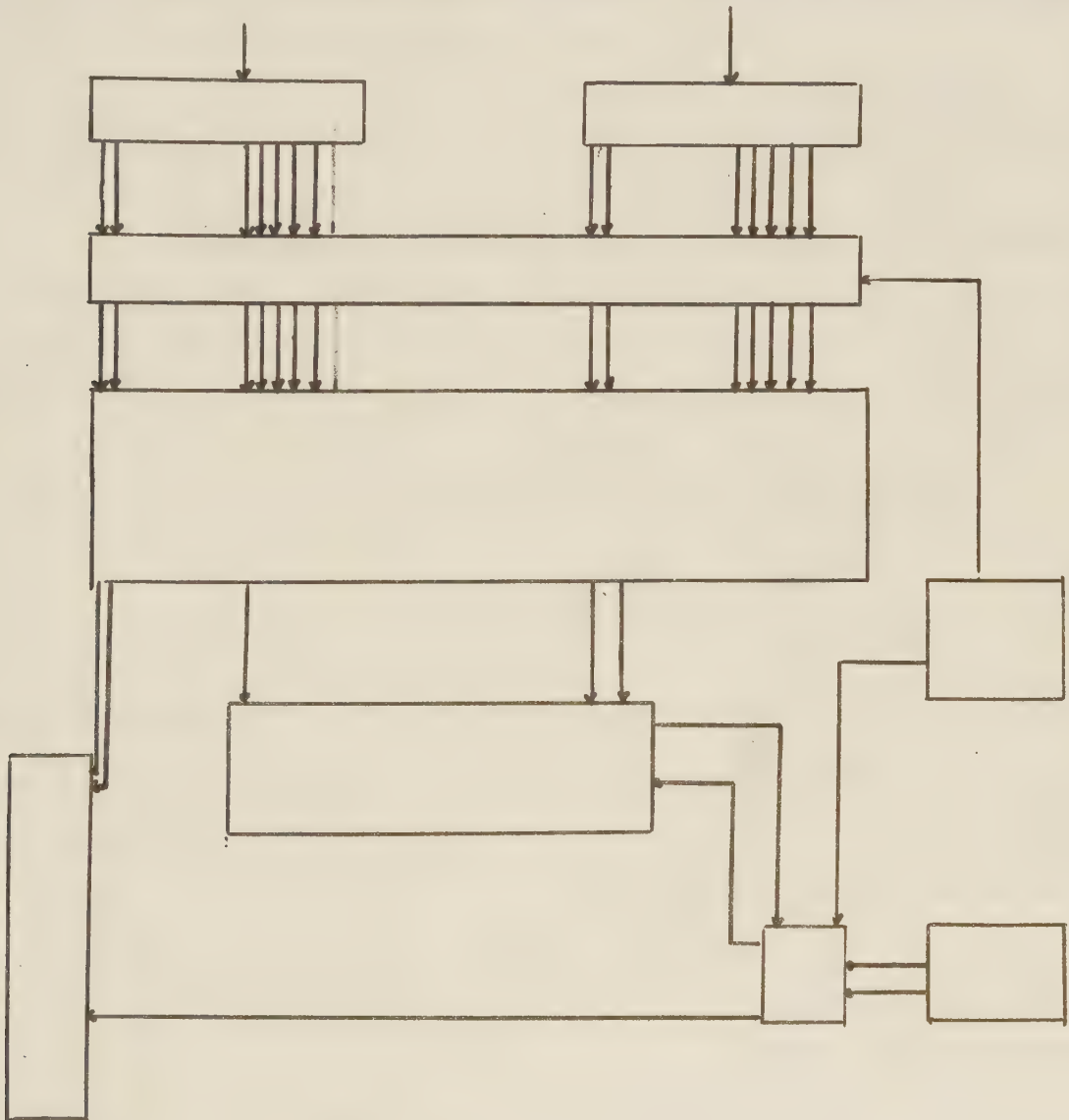
Après avoir été quantifiées les fonctions $I(t)$ et $I(t+\theta)$ sont alors échantillonnées d'une manière synchrone. C'est à dire que l'on substitue au signal $I(t)$, le signal

$I(t) \delta_{(t_1 na)}$ où $\delta_{(t_1 na)}$ est le symbole de Kroneker.

$$\delta_{(t_1 na)} = \begin{cases} = 0 & \text{si } t \neq na \\ = 1 & \text{si } t = na \end{cases}$$

a est appelé le pas d'échantillonnage

Il ne reste plus qu'à faire le produit des échantillons puis la somme de ses produits.



Le résultat est affiché directement sur le registre additionneur et soustracteur.

3 - Choix du pas d'échantillonnage a

La fonction de corrélation de la variable $I(t)$ est

$$C(\theta) = \frac{1}{T} \int_0^T I(t) I(t+\theta) dt$$

Nous allons discuter de l'influence de l'échantillonnage directement sur le signal $I(t)$, puisque nous savons que la quantification déforme peu la fonction de corrélation.

L'appareil effectue réellement

$$C_1(\theta) = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N I_{(na)} I_{(na+\theta)}$$

où N est le nombre d'échantillons dans la durée d'intégration T

$$N = \frac{T}{a}$$

On peut écrire $C(\theta)$ de façon différente

$$C(\theta) = \frac{1}{T} \sum_{n=1}^N \int_{na}^{(n+1)a} I(t) I(t+\theta) dt$$

et $C_1(\theta)$

$$C_1(\theta) = \frac{1}{T} \sum_{n=1}^N a I_{(na)} I_{(na+\theta)} = \frac{1}{T} \sum_{n=1}^N \int_{na}^{(n+1)a} I_{(na)} I_{(na+\theta)} dt$$

puisque $I_{(na)}$ et $I_{(na+\theta)}$ sont des constantes dans l'intervalle $[na, (n+1)a]$

On voit donc que cette façon de calculer $C(\theta)$ revient à approximer $\int_{na}^{(n+1)a} I(t) I(t+\theta) dt$ par $\int_{na}^{(n+1)a} I_{(na)} I_{(na+\theta)} dt$. On aura donc une évaluation du carré de l'erreur commise, par l'expression

$$\epsilon^2 = E \left[\frac{1}{T} \sum_{n=1}^N \int_{na}^{(n+1)a} [I(t) I(t+\theta) - I_{(na)} I_{(na+\theta)}]^2 dt \right]$$

Intéressons nous d'abord à :

$$\Delta \epsilon^2 = E \left[\int_{na}^{(n+1)a} [I(t) I(t+\theta) - I_{(na)} I_{(na+\theta)}]^2 dt \right]$$

$$\Delta \epsilon^2 = E \left[\int_0^a [I_{(na+\theta')} I_{(na+\theta+\theta')} - I_{(na)} I_{(na+\theta)}]^2 dt \right]$$

en posant $\theta' = t - na$

$$\Delta \epsilon^2 = E \left[\int_0^a I^2(na+\theta') I^2(na+\theta+\theta') - 2I(na+\theta') I(na+\theta+\theta') I(na) I(na+\theta) + I^2(na) I^2(na+\theta) d\theta' \right]$$

Cette expression fait intervenir les moments du quatrième ordre de quatre variables aléatoires $I(t)$, $I(t+\theta)$, $I(na)$, $I(na+\theta)$

Mais nous avons supposé le phénomène $I(t)$ gaussien et stationnaire. Or nous savons que si X_i, X_j, X_k, X_l sont des variables aléatoires gaussiennes on a :

$$\begin{aligned} E [X_i X_j X_k X_l] &= E [X_i X_j] E [X_k X_l] + E [X_i X_k] E [X_j X_l] \\ &+ E [X_i X_l] E [X_j X_k] \end{aligned}$$

Cette expression nous permet de calculer les différentes valeurs des espérances mathématiques dans l'intégrale ci-dessus, et en tenant compte du caractère stationnaire il vient :

$$\Delta \epsilon^2 = \int_0^a \left[2 C^2(\theta) + 2 \sigma^4 - 2 (C^2(\theta') + C(\theta+\theta') C(\theta-\theta')) \right] d\theta'$$

en écrivant que

$$C(\theta+\theta') \cdot C(\theta-\theta') \neq C^2(\theta)$$

car θ' est petit, toujours inférieur à a

$$\Delta \epsilon^2 = 2 a \sigma^4 - 2 \int_0^a C^2(\theta') d\theta'$$

d'où

$$\epsilon^2 = \frac{1}{T} \sum_{n=1}^N \Delta \epsilon^2 = 2 \sigma^4 - \frac{2}{a} \int_0^a C^2(\theta') d\theta'$$

Les mesures de densité spectrale du bruit $I(t)$ nous montreront que pratiquement la puissance du bruit se trouve au-dessous de 1.000 hertz. Pour évaluer ϵ^2 nous supposerons une densité spectrale uniforme jusqu'à $\Omega = 1.000$ hertz et nulle au-delà ce qui donne pour $C(\theta')$ l'expression suivante :

$$C(\theta') = \sigma^2 \frac{\sin 2\sqrt{\Omega} \theta'}{2\sqrt{\Omega} \theta'}$$

d'où

$$\epsilon^2 = 2 \sigma^4 \left(1 - \frac{1}{a} \int_0^a \frac{\sin 2 \eta \Omega \theta'}{2 \eta \Omega \theta'} d\theta' \right) \quad \text{ou}$$

$$\epsilon^2 = 2 \sigma^4 \left(1 - \frac{1}{2 \eta \Omega a} \int_0^{2 \eta \Omega a} \frac{\sin^2 x}{x^2} dx \right)$$

les tables de sinus-intégral nous permettent de calculer cette expression et nous trouvons pour la fréquence d'échantillonnage que nous avons employée ($\frac{1}{a} = 5000$ hertz) l'erreur relative $\frac{\epsilon}{\sigma} \approx 5.10^{-2}$

MESURE DE LA DENSITE SPECTRALE ENERGETIQUE

Nous avons mesuré directement la densité spectrale énergétique à l'aide de l'analyseur de spectre Fenlow. Le schéma de principe est le suivant :



Figure 10

L'analyseur de spectre peut mesurer la puissance moyenne contenue dans une bande de $\nu = \frac{1}{3}$ hertz, jusqu'à une fréquence de 1.000 hertz.

Le bruit du détecteur amplifié est injecté dans l'analyseur de spectre à travers un filtre (ce qui permet de ne pas saturer les amplificateurs d'entrée de l'analyseur). L'analyseur mesure la puissance moyenne dans une bande $d\nu$ autour de la fréquence ν . Le convertisseur tension fréquence produit des impulsions dont la fréquence est proportionnelle à la tension qu'il reçoit, lesquelles impulsions sont comptées ensuite par le compteur d'impulsions pendant un temps constant. On a donc en fin de compte affiché sur le compteur un nombre proportionnel à la puissance dans la bande $d\nu$ autour de la fréquence ν .

Néanmoins il s'est avéré indispensable de corriger les mesures obtenues. En effet supposons que $S(\nu)$ soit la densité spectrale énergétique du bruit et $S'(\nu)$

la réponse de l'appareillage, dont l'influence est caractérisée essentiellement par son gain en fréquence $g(\nu)$, on a

$$S'(\nu) = S(\nu) |g(\nu)|^2$$

On pourrait atteindre $|g(\nu)|^2$ en injectant un signal tel que

$$S_1(\nu) = \text{cte}$$

le $S_1'(\nu)$ lu serait alors proportionnel à $|g(\nu)|^2$

Le signal $S_1(\nu) = \text{cte}$ a été réalisé à l'aide d'un générateur de fréquence. Nous avons envoyé un signal de fréquence variable suivant le point de lecture mais d'amplitude constante. Les courbes finales trouvées sont les courbes 1, 2 et 3.

Les mesures ont aussi été effectuées à l'aide de l'analyseur hétérodyne construit par MARTEL, pour le service électronique de l'I.P.N. dont nous tenons à remercier le responsable J.C. CALDERO. Bornons nous à exposer succinctement le principe de cet appareil. Supposons que l'on multiplie $I(t)$ par un signal sinusoïdal de fréquence ν_1 . Appelons $S(\nu)$ la transformée de Fourier de $I(t)$ et $s(\nu)$ celle du produit $i(t)$ on a alors

$$s(\nu) = \frac{S(\nu - \nu_1) + S(\nu + \nu_1)}{2}$$

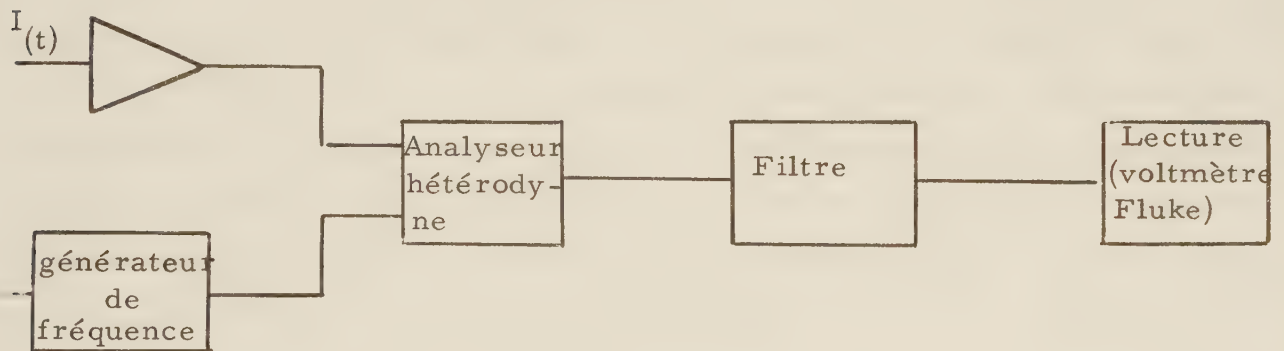


Figure 11

Le signal $i(t)$ passe ensuite dans un filtre LC centré de façon la plus fine possible autour d'une fréquence fixe ν . A la sortie de ce filtre il ne reste donc plus que

$$s(\nu_1) = \frac{S(\nu_1 - \nu_0) + S(\nu_1 + \nu_0)}{2}$$

si ν_0 est assez petit on peut dire alors que

$$s(\nu_0) = S(\nu_1)$$

En faisant varier ν_1 nous avons à la sortie la composante à la fréquence ν_1 du signal $I(t)$

Le filtre réalisé par MARTEL était tel que $\nu_0 = 6$ hertz donc les mesures réalisées avec cet appareil ne sont valables qu'à partir d'une fréquence où 20 hertz peut être considéré comme petit, les résultats sont donnés par les courbes 4-5-6.

RESULTATS EXPERIMENTAUX

1 - Densité spectrale énergétique du bruit de fond

Les courbes donnant la densité spectrale énergétique du bruit de fond des détecteurs à barrière de surface sont données ci-après. Nous les avons tracées en coordonnées logarithmiques. La tension de polarisation des détecteurs était de trente volts. On s'aperçoit immédiatement que quel que soit le détecteur la variation de la densité spectrale énergétique de son bruit de fond est en $\frac{1}{\nu}$ vers les basses fréquences, ce qui correspond à une droite de pente - 1 sur le graphique, et en $\frac{1}{\nu^2}$ vers les hautes fréquences (droite de pente - 2). Notre modèle théorique devra donc retrouver cette variation de la densité spectrale énergétique du bruit de fond, variation commune à tous les détecteurs.

Mais on peut remarquer que le point où se termine la région de variation en $\frac{1}{\nu}$ et où commence celle en $\frac{1}{\nu^2}$ n'est pas le même pour tous les détecteurs. Il varie en effet de cent hertz pour le détecteur le plus récent (barrière de surface N°6) jusqu'à cinq mille hertz pour le plus ancien (barrière de surface N°3). On peut voir encore ici une preuve de l'influence prépondérante de la surface. En effet ces détecteurs ont été fabriqués à partir du même cristal de silicium, seules les surfaces peuvent être différentes étant donné qu'elles ont été en contact avec l'atmosphère plus ou moins longtemps.

2 - Fonction d'autocorrélation

La courbe représentant la fonction d'autocorrélation a été tracée pour ce qui est suffisant puisque $C(\theta)$ est une fonction paire. On peut remarquer au pre-

mier abord que toutes les courbes présentent une partie négative, qu'on ne trouvera pas dans l'expression théorique. En effet, pour des raisons techniques, la composante continue du bruit de fond est éliminée. On trace donc effectivement la fonction de corrélation $C_1(\theta)$ du signal $I_1(t)$, dont la densité spectrale $S_1(\nu)$ est la même que celle du signal initial $I(t)$ sans composante continue.

On a

$$C_1(\theta) = \int_{-\infty}^{+\infty} S_1(\nu) e^{2\pi j \nu \theta} d\nu$$

Si on cherche l'aire comprise entre $C(\theta)$ et l'axe des θ

$$\int_{-\infty}^{+\infty} C_1(\theta) d\theta = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} S_1(\nu) e^{2\pi j \nu \theta} d\nu d\theta = \int_{-\infty}^{+\infty} S_1(\nu) \delta(\nu) d\nu$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} C_1(\theta) d\theta = S_1(0) = 0$$

Puisque l'aire totale est nulle, il est nécessaire que $C(\theta)$ devienne négative. Cette suppression de la composante continue n'influe cependant pas sur la forme de la fonction de corrélation au voisinage de l'origine.

CHAPITRE IV

BRUIT DE GENERATION ET RECOMBINAISON

De nombreux chercheurs se sont intéressés au bruit de génération et recombinaison dans les semi-conducteurs. Nous citerons Bemamont, Gisolf, Van der Ziel, Shockley (réf. 20). Pratiquement c'est le processus Poissonien qui est la base des modèles de bruit de génération et recombinaison. Nous rappelons qu'un processus Poissonien consiste en une suite discontinue d'évènements totalement indépendants les uns des autres arrivant au hasard dans le temps. Le fait que la densité spectrale énergétique du bruit soit en $\frac{1}{\nu^2}$, au moins vers les hautes fréquences, suggère en effet que la variable aléatoire bruit de fond dérive d'un processus de Poisson. Ainsi si N_0 est le nombre d'électrons dans la bande de conduction à l'équilibre, et si ΔN est la fluctuation de ce nombre autour de N_0 , on peut penser que ce déséquilibre va tendre à disparaître avec une constante de temps τ , tandis que se surajoute un phénomène aléatoire $H(t)$ Poissonien consistant en génération ou disparition d'électrons, en définitive :

$$\frac{d\Delta N}{dt} = - \frac{\Delta N}{\tau} + H(t)$$

On arrive ainsi à une densité spectrale énergétique

$$S(\nu) = \frac{\sigma^2 \tau}{1 + 4 \nu^2 \tau^2} \quad \text{et une fonction de corrélation } C(\theta) = \sigma^2 e^{-\frac{\theta}{\tau}}$$

Cette façon de considérer le problème n'explique pas entièrement les résultats que nous avons obtenus. Il faut cependant remarquer que ce que nous avons mesuré est du bruit de détecteurs à barrière de surface, donc de semi-conducteurs dont la surface est très perturbée. Le bruit de surface est alors prépondérant et il nous faut

dra construire un modèle qui, compte tenu de la structure de la surface, s'accordera de façon satisfaisante avec l'expérience. Pour cela nous allons conserver le cadre poissonien, mais nous ne séparerons pas la réponse du système (disparition du déséquilibre ΔN avec un temps de relaxation τ) du processus aléatoire lui-même. Le processus sera toujours une suite d'événements distribués à la Poisson dans le temps, mais dont la nature (disparition ou génération d'un électron dans la bande de conduction) dépendra de l'état du système lorsque cet événement se produit. Nous pourrions ainsi lier les différentes caractéristiques du bruit et voir comment elles varient à la surface du détecteur, étant donné le modèle de surface que nous avons exposé au début de ce travail.

MISE EN PLACE DU PROBLEME ET HYPOTHESE DE BASE

Le bruit électrique dans un semi-conducteur peut provenir aussi de la disparition et la génération d'électrons (ou de trous) participant à la conduction.

Les hypothèses qui vont définir le processus sont les suivantes :

1 - Dans un élément de semi-conducteur les événements (génération ou disparition d'un électron de la bande de conduction par exemple) arrivent au hasard dans le temps, avec un taux moyen λ par unité de temps.

2 - La nature de l'événement (soit génération, soit recombinaison) ne dépend pas que de l'état du système à l'instant où il se produit. En d'autres termes nous définissons un processus en chaîne de Markoff. L'état du système sera essentiellement caractérisé par le nombre N d'électrons dans la bande de conduction au moment où l'événement se produit.

3 - Nous supposerons en outre que la probabilité à priori de trouver N électrons dans la bande de conduction est gaussienne

$$P(N) = P(N_0) e^{-\frac{(N-N_0)^2}{2\sigma^2}}$$

N_0 est la valeur moyenne de N et σ^2 l'écart quadratique moyen

Le phénomène étudié sera supposé stationnaire et la chaîne de Markoff homogène.

Nous appellerons P_{NM}^n la probabilité de passage du système dans l'état M au

bout du même événement compte tenu du fait qu'il était initialement dans l'état N. Nous écrirons pour simplifier $P_{NM}^1 = P_{NM}$

CALCUL DE P_{NM}

Ecrivons les relations valables pour les chaînes de Markoff homogènes (réf. 29)

$$P_{NM}^{m+n} = \sum_K P_{NK}^m P_{KM}^n \quad (\text{IV-1})$$

$$\sum_M P_{NM}^n = 1 \quad (\text{IV-2})$$

$$P_N^n = \sum_K P_K^0 P_{KN}^n \quad (\text{IV-3})$$

P_N^n est la probabilité, à priori, de trouver N électrons au nième événement.

La première relation provient de la remarque suivante : on peut passer de l'état N à l'état M en (m+n) événements en passant au nième événement par un état K intermédiaire. La troisième relation note que l'on peut arriver à l'état N au bout du nième événement en partant d'un état K quelconque à l'instant initial. La deuxième relation dit que la probabilité de partir d'un état N et de retrouver le système dans un état de l'ensemble de ses états possibles est égal à 1, ce qui est évident. Pour calculer les P_{NM} nous allons utiliser la relation (IV-3). Il faut remarquer en outre que tous les P_{NM} sont nuls dans notre problème sauf P_{NN-1} et P_{NN+1} . En effet l'évènement est soit une génération soit une disparition d'électron, il n'y a pas d'autre éventualité. La relation (IV-3) pour $n = 1$ devient

$$P_N = P_{N-1} P_{N-1,N} + P_{N+1} P_{N+1,N}$$

comme $P_{NN+1} + P_{NN-1} = 1$ (relation (IV-2) pour $n = 1$)

$$P_N \left[P_{N,N+1} + P_{N,N-1} \right] = P_{N-1} P_{N-1,N} + P_{N+1} P_{N+1,N}$$

$$P_{N+1} = \frac{P_N (P_{N,N+1} + P_{N,N-1}) - P_{N-1} P_{N-1,N}}{P_{N+1,N}} \quad (\text{IV-4})$$

sachant que $P(-1) = 0$ (il ne peut y avoir - 1 électron dans la bande de conduction)

et que $P_{0,-1} = 0$ (on ne peut pas enlever un électron qui n'existe pas), on obtient par récurrence l'expression de P_N . En effet en appliquant (IV-4)

$$P_1 = \frac{P_0 P_{0,1}}{P_{1,0}}$$

$$P_2 = \frac{P_1 (P_{1,2} + P_{1,0}) - P_0 P_{0,1}}{P_{2,1}} = P_0 \frac{P_{0,1} P_{1,2}}{P_{1,0} P_{2,1}}$$

d'où

$$P_N = P_0 \prod_{j=0}^{N-1} \frac{P_{j,j+1}}{P_{j+1,j}} \quad (\text{IV-5})$$

que l'on peut d'ailleurs vérifier en portant dans (IV-4).

Mais la probabilité à priori, P_N , est gaussienne d'après notre hypothèse

$$P_N = P_{N_0} e^{-\frac{(N-N_0)^2}{2\sigma^2}} \quad (\text{IV-6})$$

Effectuons le rapport $\frac{P_{N+1}}{P_N}$

d'après (IV-5)

$$\frac{P_{N+1}}{P_N} = \frac{P_{N,N+1}}{P_{N+1,N}}$$

et d'après (6)

$$\frac{P_{N+1}}{P_N} = e^{-\frac{2(N-N_0)+1}{2\sigma^2}}$$

d'où

$$P_{NN+1} = P_{N+1,N} e^{-\frac{N-N_0}{\sigma^2}} e^{-\frac{1}{2\sigma^2}} \quad (\text{IV-7})$$

On peut ainsi en tenant compte de la relation $P_{NN+1} + P_{NN-1} = 1$ obtenir les P_{NN+1} et P_{NN-1} par récurrence. Néanmoins il convient de remarquer que dans notre problème les nombres N sont grands. Il est normal dès lors de confondre $N+1$ et N ,

donc de remplacer $P_{N+1, N}$ par $P_{N, N-1}$

De plus en négligeant $\frac{1}{2}$ devant $(N-N_0)$ dans l'exposant de l'équation (7)

$$P_{NN+1} = P_{NN-1} e^{-\frac{N-N_0}{\sigma^2}} \quad (\text{IV-8})$$

qui associée à $P_{NN} + 1 + P_{NN-1} = 1$

donne

$$P_{NN+1} = \frac{1}{1 + e^{\frac{N-N_0}{\sigma^2}}} \quad (\text{IV-9})$$

$$P_{NN-1} = \frac{1}{1 + e^{-\frac{N-N_0}{\sigma^2}}}$$

CALCUL DE LA FONCTION D'AUTOCORRELATION

1 - Définition et propriétés

Rappelons que si $X(t)$ est une variable aléatoire centrée dépendant du temps, on appelle autocorrélation de $X(t)$ l'espérance mathématique du produit $X_{(t_1)} X_{(t_2)}$

$$\overline{X_{(t_1)} X_{(t_2)}} = E \left[X_{(t_1)} X_{(t_2)} \right]$$

Quand le phénomène $X_{(t)}$ est stationnaire, $\overline{X_{(t_1)} X_{(t_2)}}$ ne dépend plus que de la différence $\theta = t_2 - t_1$ et s'appelle alors la fonction d'autocorrélation de $X(t)$.

$$C(\theta) = E \left[X_{(t)} X_{(t+\theta)} \right]$$

La fonction d'autocorrélation $C(\theta)$ est une fonction paire

$$C(\theta) = C(-\theta)$$

Mais la principale propriété est d'être la transformée de Fourier de la densité spectrale énergétique du bruit, $S(\nu)$

$$S(\nu) = \int_{-\infty}^{+\infty} C(\theta) e^{-2j\nu\theta} d\theta$$

Nous allons calculer la fonction d'autocorrélation des fluctuations électroniques

pour $\theta > 0$, ce qui suffira puisque $C(\theta)$ est pair. Ce calcul va faire intervenir $P(N, M, \theta)$ probabilité d'avoir N à l'instant zéro et M à l'instant θ , ce qui s'écrit encore :

$$P_{(NM, \theta)} = P_N P_{N, N}^\theta$$

$P_{N, N}^\theta$ est la probabilité d'avoir M à l'instant θ , compte tenu du fait que l'on avait N à l'instant initial. P_{NN}^θ va dépendre évidemment du nombre d'évènements possibles pendant le temps θ . L'axiome des probabilités totales nous permet d'écrire

$$P_{NM}^\theta = P_{NM}^n P_n^\theta$$

P_n^θ est la probabilité d'avoir n évènement pendant le temps θ . D'après notre hypothèse, elle vaut

$$P_n^\theta = \frac{(\lambda \theta)^n e^{-\lambda \theta}}{n!}$$

Ecrivons $C(\theta)$

$$C(\theta) = E \left[(N - N_0)(M - N_0) \right] = \sum_N \sum_M (N - N_0)(M - N_0) P_{(N, M, \theta)}$$

qui s'écrit encore

$$C(\theta) = \sum_N \sum_M \sum_n (N - N_0)(M - N_0) P_N P_{NM}^n P_n^\theta \quad \text{pour } \theta > 0$$

2 - Calcul de $\sum_M (M - N_0) P_{NM}^n$

Nous noterons $\overline{M}^n = \sum_M (M - N_0) P_{NM}^n$

Il faut donc connaître P_{NM}^n . P_{NM}^n est l'élément de N ième ligne et M ième colonne de la matrice $[A]^n$ où la matrice A a les P_{NM} comme éléments de la N ième ligne et M ième colonne.

Cette matrice est pratiquement impossible à itérer. Nous allons essayer de trouver P_{NM}^n par une autre méthode en supposant que les fluctuations sont petites.

$$A \left[\begin{array}{ccc|c} 0 & P_{0,1} & 0 & | \\ P_{1,0} & 0 & P_{1,2} & | \\ 0 & P_{2,1} & 0 & | \\ \hdashline & & & \\ & 0 & P_{N,N-1} & | \\ & 0 & P_{N,N+1} & 0 \end{array} \right]$$

Cherchons une relation de récurrence entre $\overline{M}^{n+1}$ et $\overline{M}^n$

$$\overline{M}^{n+1} = \sum_M (M-N_0) P_{NM}^{n+1}$$

d'après (IV-1)

$$P_{NM}^{n+1} = \sum_K P_{NK}^n P_{KM}$$

d'où

$$\overline{M}^{n+1} = \sum_M \sum_K (M-N_0) P_{NK}^n P_{KM}$$

Calculons d'abord $\sum_M (M - N_0) P_{KM}$ sachant que P_{KM} est nul sauf pour $M = K - 1$ et $M = K + 1$, vu les hypothèses faites

$$\sum_M^{(M-N_0)} P_{KM} = (K-1-N_0) P_{K, K-1} + (K+1-N_0) P_{K, K+1}$$

$$\sum_M^{(M-N_o)} P_{KM} = (K-N_o) \left[P_{KK-1} + P_{KK+1} \right] + P_{KK+1} - P_{KK-1}$$

$$\sum_M^{(M-N_0)} P_{KM} = K - N_0 + [P_{K, K+1} - P_{K, K-1}]$$

donc

$$\overline{M}^{n+1} = \sum_K (K-N_0) P_{NK}^n + \sum_K P_{NK} (P_{K,K+1} - P_{K,K-1})$$

le premier terme

$$\sum_K (K-N_0) P_{NK}^n = \overline{M}^n$$

Evaluons $(P_{KKN} - P_{KK-1})$ sachant que $(K-N_0)$ sera petit devant σ^2 (le bruit gaussien est pratiquement compris entre -3σ et $+3\sigma$ et nous ne nous intéressons qu'aux petites fluctuations). Nous pouvons développer les P_{KK+1} et P_{KK-1} en série. En partant des expressions (IV-9) cela conduit à :

$$P_{KK+1} - P_{KK-1} = - \frac{K-N_0}{2\sigma^2} \quad \text{d'où}$$

$$\sum_K P_{NK} (P_{KK+1} - P_{KK-1}) = - \frac{\overline{M}^n}{2\sigma^2}$$

et

$$\overline{M}^{n+1} = \overline{M}^n \left(1 - \frac{1}{2\sigma^2} \right)$$

Etant donné que nous pouvons calculer facilement

$$\overline{M}' = \sum_M P_{NM} (M-N_0) = (N-N_0) \left(1 - \frac{1}{2\sigma^2} \right)$$

nous en déduisons

$$\overline{M}^n = (N-N_0) \left(1 - \frac{1}{2\sigma^2} \right) \quad (\text{IV-10})$$

3 - Calcul de C (θ)

C (θ) s'écrit maintenant

$$C(\theta) = \sum_N \sum_n (N-N_0)^2 P_N \left(1 - \frac{1}{2\sigma^2} \right)^n P_n^\theta$$

Intéressons nous à :

$$\begin{aligned} \sum_n \left(1 - \frac{1}{2\sigma^2} \right)^n P_n^\theta &= \sum_n \left(1 - \frac{1}{2\sigma^2} \right)^n \frac{(\lambda\theta)^n e^{-\lambda\theta}}{n!} \\ \sum_n \left(1 - \frac{1}{2\sigma^2} \right)^n P_n^\theta &= \sum_n \frac{(\lambda\theta - \frac{\lambda\theta}{2\sigma^2})^n e^{-\lambda\theta + \frac{\lambda\theta}{2\sigma^2}}}{n!} \cdot e^{-\frac{\lambda\theta}{2\sigma^2}} \end{aligned}$$

$$\sum_n \left(1 - \frac{1}{2}\sigma^2\right)^n P_n^\theta = e^{-\frac{\lambda\theta}{2\sigma^2}}$$

comme $\sum_N (N-N_0)^2 P_N = \sigma^2$ il vient finalement

$$C(\theta) = \sigma^2 e^{-\frac{\lambda\theta}{2}} \quad \text{pour } \theta > 0 \quad (\text{IV-11})$$

Calcul de la densité spectrale énergétique du bruit

Rappelons que la densité spectrale énergétique est la transformée de Fourier de la fonction de corrélation

$$S(\nu) = \int_{-\infty}^{+\infty} C(\theta) e^{-2j\nu\theta} d\theta$$

d'où en posant $\frac{2\sigma^2}{\lambda} = \tau$
(τ a la dimension d'un temps)

$$S(\nu) = \sigma^2 \frac{\tau}{1 + 4\tau^2 \nu^2} \quad (\text{IV-12})$$

Si l'échantillon est isotrope, c'est à dire s'il admet le même λ et le même σ en tous ses points, la densité spectrale du bruit est donnée par la formule (12). Mais près de la surface les propriétés du semi-conducteur changent. Il convient donc d'évaluer son influence.

INFLUENCE DE LA SURFACE

Comme nous l'avons déjà écrit, il y a, au voisinage de la surface, des états d'énergie localisés dans la bande interdite entre la bande de conduction et la bande de valence. La zone d'influence de ces états localisés est très petite. Soit dx cette distance d'influence et $d\sigma^2$ la contribution de cette zone dx au σ^2 total. Si on appelle $\lambda(x)$ le nombre d'événements par unité de longueur et de temps, dans la zone dx il se produira $\lambda(x) dx$ événements et

$$\tau = \frac{2}{\lambda} \frac{d\sigma^2}{dx}$$

La contribution de cette zone dx à la densité spectrale du bruit est :

$$d S (\nu, x) = d \sigma^2 \frac{\nu}{1+4 \Gamma^2 \nu^2 \tau^2} \quad (\text{IV-13})$$

Chaque état supposé se comporter indépendamment du voisin, on pourra écrire :

$$S (\nu) = \int_0^{x_1} d s (\nu, \lambda)$$

x , est la distance dans le semi-conducteur où on ne trouvera plus de trappes.

Nous appellerons trappes ces états d'énergie dans la bande interdite. Nous supposons que la densité des trappes N_t est constante jusqu'à la distance x_1 , où elle devient nulle.

Rappelons les expressions donnant $P_{N N+1}$ et $P_{N N-1}$

$$P_{N N+1} = \frac{1}{1 + e^{\frac{N-N_0}{\sigma^2}}}$$

$$P_{N N-1} = \frac{1}{1 + e^{-\frac{N-N_0}{\sigma^2}}}$$

qui deviennent lorsque $N-N_0$ est petit devant σ

$$P_{+1} = P_{N N+1} = \frac{1}{2} \left[1 - \frac{N-N_0}{2 \sigma^2} \right] \quad (\text{IV-14})$$

$$P_{-1} = P_{N N-1} = \frac{1}{2} \left[1 + \frac{N-N_0}{2 \sigma^2} \right] \quad (\text{IV-15})$$

Toujours en supposant de petites fluctuations on pourra écrire P_{+1} et P_{-1} pour une zone dx

$$P_{+1} = \frac{1}{2} \left[1 - \frac{(n-n_0) dx}{2 d \sigma^2} \right] \quad (\text{IV-16})$$

$$P_{-1} = \frac{1}{2} \left[1 + \frac{(n-n_0) dx}{2 d \sigma^2} \right] \quad (\text{IV-17})$$

où n est la concentration (aléatoire) des électrons au point x et n_0 sa valeur à l'équilibre.

Evaluation de $\frac{d \sigma^2}{d x}$

Dans notre problème particulier, l'élément fondamental est la présence de trappes (ou pièges). C'est en effet à travers eux que se feront essentiellement les générations et disparitions d'électrons de la bande de conduction.

Un électron disparaîtra de la bande de conduction quand il sera piégé par une trap-

pe et y sera généré quand il sera lâché d'une trappe vers la bande de conduction. La probabilité de disparition d'un électron sera d'autant plus grande qu'il y aura plus de trappes vides, donc aptes à capter un électron, et inversement la probabilité de génération d'un électron sera d'autant plus grande qu'il y aura plus de trappes pleines.

En outre ces probabilités doivent être, pour de petites fluctuations au moins, de la forme des équations (16) et (17) c'est à dire linéaires. D'où en appelant N_t , la concentration (aléatoire) des trappes pleines au point d'abscisse x et $N_{t_2} = N_t^1 - N_{t_1}$ celle des trappes vides, nous pouvons écrire

$$P_{+1} = \theta N_{t_1} dx + K_1 \quad (IV-18)$$

$$P_{-1} = \gamma N_{t_2} dx + K_2 = (N_t - N_{t_1}) dx + K_2 \quad (IV-19)$$

Rappelons que $P_{+1} + P_{-1} = 1$ donc

$$N_t dx + N_{t_1} (\theta - \gamma) dx + K_1 + K_2 = 1$$

et ceci quel que soit N_t ce qui impose

$$\theta = \gamma$$

$$N_t' dx + K_1 + K_2 = 1$$

et en posant

$$1 - (K_1 + K_2) = K_3$$

$$\gamma dx = \frac{K_3}{N_t}$$

Si N_{t_0} est la concentration à l'équilibre des trappes pleines, les électrons disparus de la bande de conduction se retrouvent dans les trappes

$$(N_{t_1} - N_{t_0}) = - (n - n_0)$$

en portant celle de N_{t_1} dans (IV-18)

$$P_{+1} = -\theta (n - n_0) dx + K_1 + \theta N_{t_0}$$

Nous pouvons alors identifier le coefficient de $(n-n_0)$ de la relation précédente avec celui de l'équation IV-16

$$\theta \, dx = \frac{dx}{4d\sigma^2}$$

et comme

$$\theta = \delta$$

$$\frac{d\sigma^2}{dx} = \frac{Nt}{4 K_3}$$

Evaluation de $\lambda(x)$

Rappelons que $\lambda(x)$ est le nombre moyen d'événements par unité de temps et d'espace donc la somme du nombre de générations d'électrons et du nombre de disparitions. Comme à l'équilibre, la probabilité de génération d'électron est égale à la probabilité de disparition, on en déduit que le nombre de générations d'électrons est égal au nombre de disparitions, donc $\lambda(x)$ est égal à deux fois le nombre de générations d'électron à l'équilibre. Ce nombre est évidemment proportionnel au nombre de trappes pleines et dépend de la différence d'énergie $(E_c - E_t)$, E_c étant l'énergie du bas de la conduction et E_t le niveau d'énergie des trappes. Et on a :

$$\lambda(x) = k_1 N_{tu} \cdot e^{-\frac{E_c - E_t}{kT}}$$

comme l'a montré Spence (réf. 17)

Densité spectrale du bruit de surface

Reprenons notre modèle où nous avons une densité N_t de piège, jusqu'à une distance x , à la surface du semi-conducteur où nous savons que le potentiel électrostatique varie.

Nous écrivons

$$S(\nu) = \int_0^{a_1} dS(\nu, x) = \int_0^{n_1} \frac{d\sigma^2 \cdot z}{1 + 4 \eta^2 \nu^2 z^2}$$

d'où

$$S(\nu) = \int_{z_1}^{z_2} \frac{d\sigma^2}{dx} \cdot \frac{z}{1 + 4 \eta^2 \nu^2 z^2} \cdot \frac{dx}{dz} \cdot dz$$

τ_s est le temps de relaxation sur la surface et τ , celui de la distance x ,

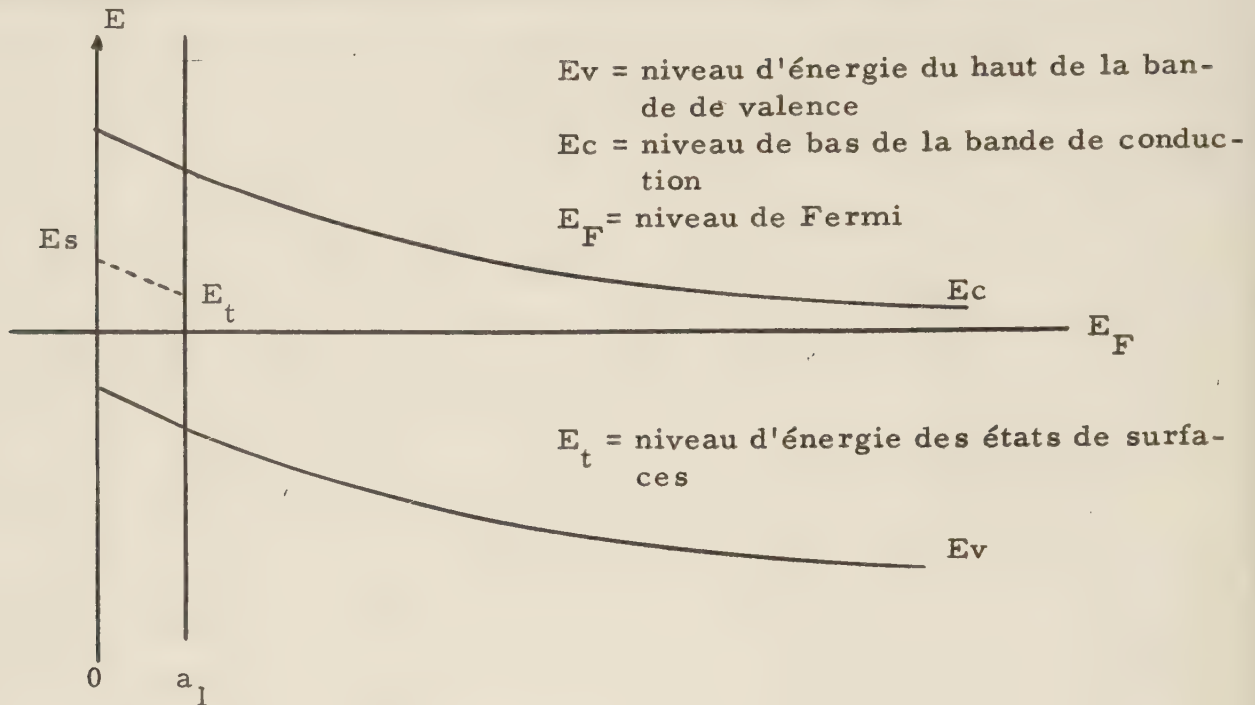


Figure 12

Exprimons τ en fonction de x

$$\tau = \frac{2}{\lambda} \frac{d\psi^2}{dx}$$

$$\tau = \frac{1}{2 k_3 k_1} e^{-\frac{E_i - E_t}{kT}} \cdot \frac{N_t}{N_{t0}}$$

Comme

$$N_{t0} = N_t e^{-\frac{E_t - E_F}{kT}}$$

$$\tau = A e^{-\frac{E_t - E_F}{kT}}$$

$$\text{où } A = \frac{1}{4 k_3 k_1} \frac{E_i - E_t}{kT}$$

$$\text{or } E_t = E_s - qV$$

Sachant qu'en surface, comme nous l'avons montré, le potentiel peut être considéré comme linéaire

$$V = a x \quad \text{d'où} \quad E_t = E_s - q a x$$

$$= A e^{\frac{E_s - E_t}{kT}} = A e^{-\frac{q a x}{kT}}$$

On en déduit

$$\frac{d\psi}{dx} = -\frac{q a}{kT} A e^{\frac{E_s - E_t}{kT}} e^{-\frac{a x}{kT}} = -\frac{q a}{kT} \psi$$

d'où

$$S(\psi) = \int_{\psi_3}^{\psi_1} \frac{N_t}{E k_3} \cdot \frac{1}{1 + 4 \eta^2 \psi^2} \left(-\frac{kT}{q a} \right) d\psi$$

$$S(\psi) = -B N_t \int_{\psi_3}^{\psi_1} \frac{d\psi}{1 + 4 \eta^2 \psi^2}$$

avec

$$B = \frac{kT}{4 k_3 q a}$$

en définitive

$$S(\psi) = \frac{B N_t}{2 \eta} \left[\operatorname{Arctg} 2 \eta \psi_3 - \operatorname{Arctg} 2 \eta \psi_1 \right]$$

et nous pouvons voir d'après la construction des temps de relaxation que $\tau_s > \tau_1$.

Dans le domaine de variation de $S(\psi)$ nous distinguerons trois régions :

1 - 1ère région : $2 \eta \psi_3$ et $2 \eta \psi_1$ sont petits

$$2 \eta \psi_3 \ll 1$$

$$2 \eta \psi_1 \ll 1$$

$S(\psi)$ s'écrit alors en confondant les arc tg avec les tangentes

$$S(\psi) = B N_t \left[\tau_s - \tau_1 \right] \quad (\text{IV-21})$$

$S(\psi)$ est donc constant

2 - 2ème région : celle où

$$2 \eta \psi_3 \gg 1$$

$$2 \eta \psi_1 \ll 1$$

alors nous pouvons écrire

$$\begin{aligned} \text{Arc tg } 2\eta\sqrt{z_s} &= \frac{\eta}{2} - \frac{1}{2\eta\sqrt{z_s}} \\ \text{Arc tg } 2 &= 69^\circ, \text{ négligeable devant } \frac{\eta}{2} \\ \text{et } S(\nu) &= \frac{BN_t \eta}{2} \cdot \frac{1}{2\eta\nu} = \frac{BN_t}{4} \cdot \frac{1}{\nu} \quad (\text{IV-22}) \end{aligned}$$

c'est la partie du spectre qui est en $\frac{1}{\nu}$, et qui se place donc vers les basses fréquences, dans une bande telle que

$$\frac{1}{2\eta\sqrt{z_s}} < \nu < \frac{1}{2\eta\sqrt{z_i}}$$

3 - 3ème région celle où :

$$\begin{aligned} 2\eta\sqrt{z_s} &\gg 1 \\ 2\eta\sqrt{z_i} &\gg 1 \end{aligned}$$

d'où

$$\begin{aligned} \text{Arc tg } 2\eta\sqrt{z_s} &= \frac{\eta}{2} - \frac{1}{2\eta\sqrt{z_s}} \\ \text{Arc tg } 2\eta\sqrt{z_i} &= \frac{\eta}{2} - \frac{1}{2\eta\sqrt{z_i}} \end{aligned}$$

et

$$S(\nu) = BN_t \left(\frac{1}{z_i} - \frac{1}{z_s} \right) \frac{1}{4\eta^2 \nu^2}$$

C'est la partie haute fréquence du spectre qui est en $\frac{1}{\nu^2}$

Fonction de corrélation du bruit de surface

Le bruit dans l'élément dx a une fonction de corrélation

$$dC(\theta) = d\sigma e^{-\frac{\lambda dx}{2\sqrt{z}} \theta}$$

Nous avons calculé toutes ces quantités dans les paragraphes précédents. La fonction de corrélation du bruit de surface sera alors

$$C(\theta) = BN_t \int_{z_i}^{z_s} \frac{1}{z} e^{-\frac{\theta}{z}} dz$$

$C(\theta)$ ne peut s'exprimer que sous forme d'une série

$$C(\theta) = BN_t \left[\text{Lg} \frac{z_s}{z_i} - \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n \theta^n}{n \cdot n} \left(\frac{1}{z_i^n} - \frac{1}{z_s^n} \right) \right] \quad (\text{IV-24})$$

COMPARAISON AVEC LES MESURES EXPERIMENTALES

Notre modèle retrouve comme premier et principal résultat la variation de la densité spectrale donnée par les courbes expérimentales. Nous avons bien une variation en $\frac{1}{\nu}$ vers les basses fréquences puis vers les hautes fréquences une variation de la densité spectrale énergétique en $\frac{1}{\nu^2}$. Nous pouvons alors en comparant les résultats théoriques aux courbes expérimentales donner la valeur des principaux paramètres du bruit de fond c'est à dire des temps de relaxation τ_1 et τ_s .

En effet, puisque la fonction de corrélation n'est pas déformée à l'origine par la suppression de la composante continue, on peut identifier la dérivée de $C(\theta)$ à l'origine avec la valeur expérimentale

$$\left. \frac{dC(\theta)}{d\theta} \right|_{\theta=0} = C'(0) = BN_t \left[\frac{1}{\tau_s} - \frac{1}{\tau_1} \right]$$

$$C(0) = BN_t \text{Lg} \frac{\tau_s}{\tau_1}$$

d'où

$$\frac{C'(0)}{C(0)} = \frac{\frac{1}{\tau_s} - \frac{1}{\tau_1}}{\text{Lg} \frac{\tau_s}{\tau_1}}$$

Nous pouvons utiliser aussi les courbes donnant la densité spectrale énergétique du bruit $S(\nu)$ en fonction de la fréquence. Soit ν_1 une fréquence où $S(\nu)$ soit en $\frac{1}{\nu}$. L'expression théorique nous permet d'écrire

$$S(\nu_1) = \frac{BN_t}{4} \frac{1}{\nu_1}$$

Soit ν_2 une fréquence où $S(\nu)$ soit en $\frac{1}{\nu^2}$, d'après (IV-23)

$$S(\nu_2) = \frac{BN_t}{4\pi^2\nu_2^2} \left[\frac{1}{\tau_1} - \frac{1}{\tau_s} \right]$$

donc

$$\frac{S(\nu_2)}{S(\nu_1)} = \frac{\nu_1}{\pi^2\nu_2^2} \left(\frac{1}{\tau_1} - \frac{1}{\tau_s} \right) \quad (\text{IV-26})$$

Nous pouvons donc calculer, à partir des expressions (IV-25) et (IV-26), les va-

leurs de τ_i et τ_s .

Et nous trouvons que pour des détecteurs relativement récents (11 jours) vaut 0,8 ms. et τ_s 20 ms. Pour le détecteur à barrière de surface le plus ancien (6 mois) τ_i serait de l'ordre de $0,2 \cdot 10^{-5}$ secondes et τ_s de 6 secondes. Cela laisse supposer qu'au cours du temps les impuretés responsables des états de surface diffusent vers l'intérieur du semi-conducteur, d'où la plus grande différence entre τ_i et τ_s .

CONCLUSION

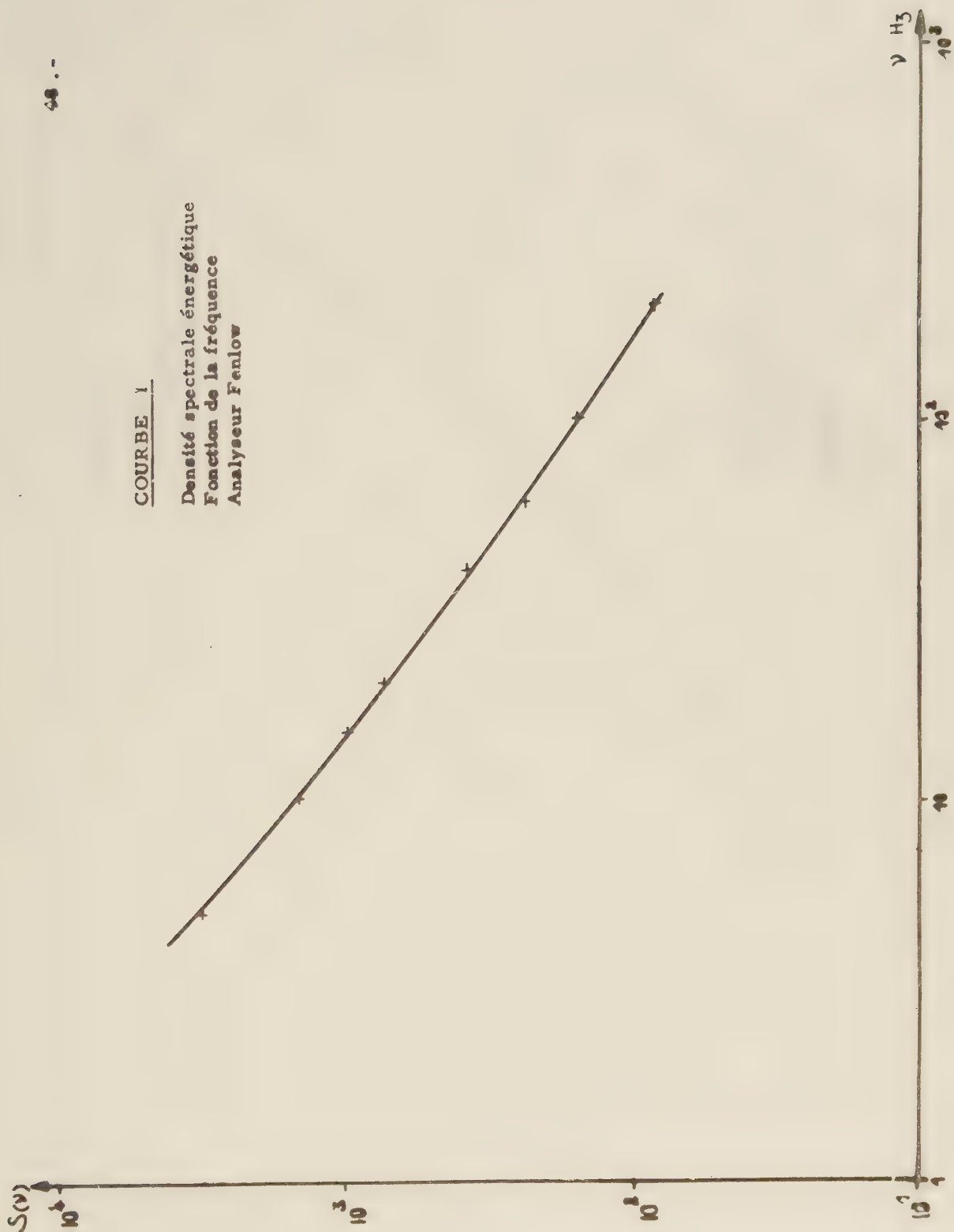
Le bruit de fond dans les détecteurs à barrière de surface a été étudié : nous avons mesuré les caractéristiques du second ordre (densité spectrale énergétique et fonction d'autocorrélation). Nous avons ensuite essayé d'expliquer les résultats obtenus, en supposant que le processus était Markoffien, en nous intéressant aux petites fluctuations (les plus probables). Néanmoins il nous a fallu tenir compte de l'influence de la surface, puisqu'à son voisinage les propriétés du semi-conducteur changent.

Ceci nous a permis de trouver théoriquement une variation de la densité spectrale énergétique en $\frac{1}{\nu}$ vers les basses fréquences et $\frac{1}{\nu^2}$ pour les hautes fréquences (ν est la fréquence), variation que les résultats expérimentaux nous avaient montrée. Nous nous sommes, pour cela, appuyé sur le fait que près de la surface les phénomènes de génération et disparition de porteurs chargés avaient lieu essentiellement à travers des états de surface. Van der Ziel (réf. 20) avait déjà rapporté le fait que, si on affectait chaque état de surface d'un temps de relaxation τ , et si on supposait proportionnel à $\frac{1}{\tau}$ le nombre d'états de surface dont le temps de relaxation est compris entre τ et $\tau + d\tau$, on pourrait ainsi trouver une variation de la densité spectrale énergétique en $\frac{1}{\nu}$ vers les basses fréquences. Or, dans notre calcul pour trouver la formule (IV-21), nous sommes passé par la relation (IV-20) où $\frac{dx}{d\tau}$ est proportionnel à $\frac{1}{\tau}$, ce qui a la même signification physique que l'hypothèse citée plus haut.

Le bruit des détecteurs à barrière de surface dépend beaucoup de l'état de cette surface. Il serait alors intéressant d'étudier la variation des caractéristiques du bruit de fond en fonction des conditions ambiantes et en particulier de la température. En effet un changement de température fera varier la population des porteurs chargés et les sections efficaces de capture des porteurs par les états de surface. On pourrait alors arriver à un modèle plus élaboré.

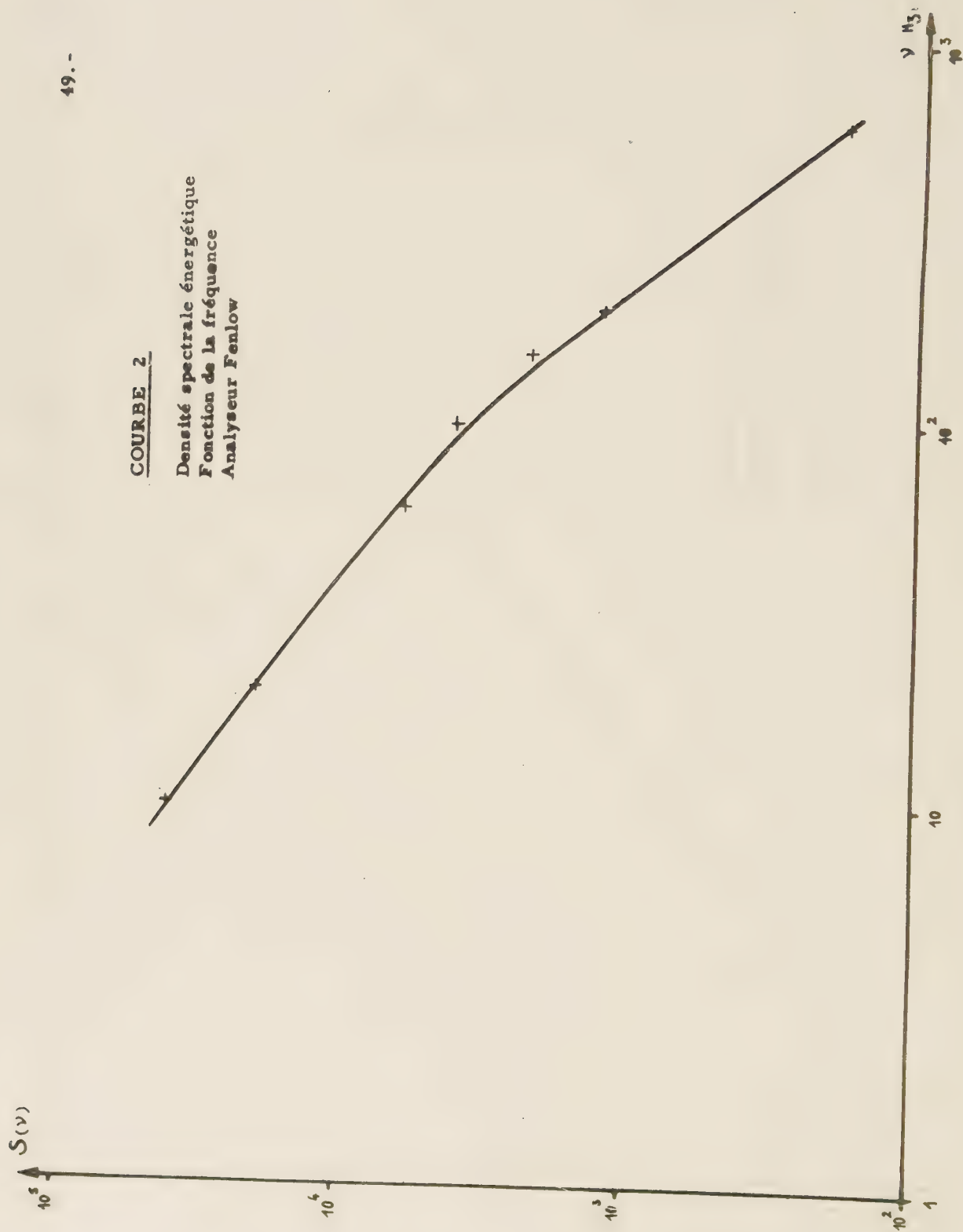
COURBE 1

Densité spectrale énergétique
Fonction de la fréquence
Analyseur Fenlow



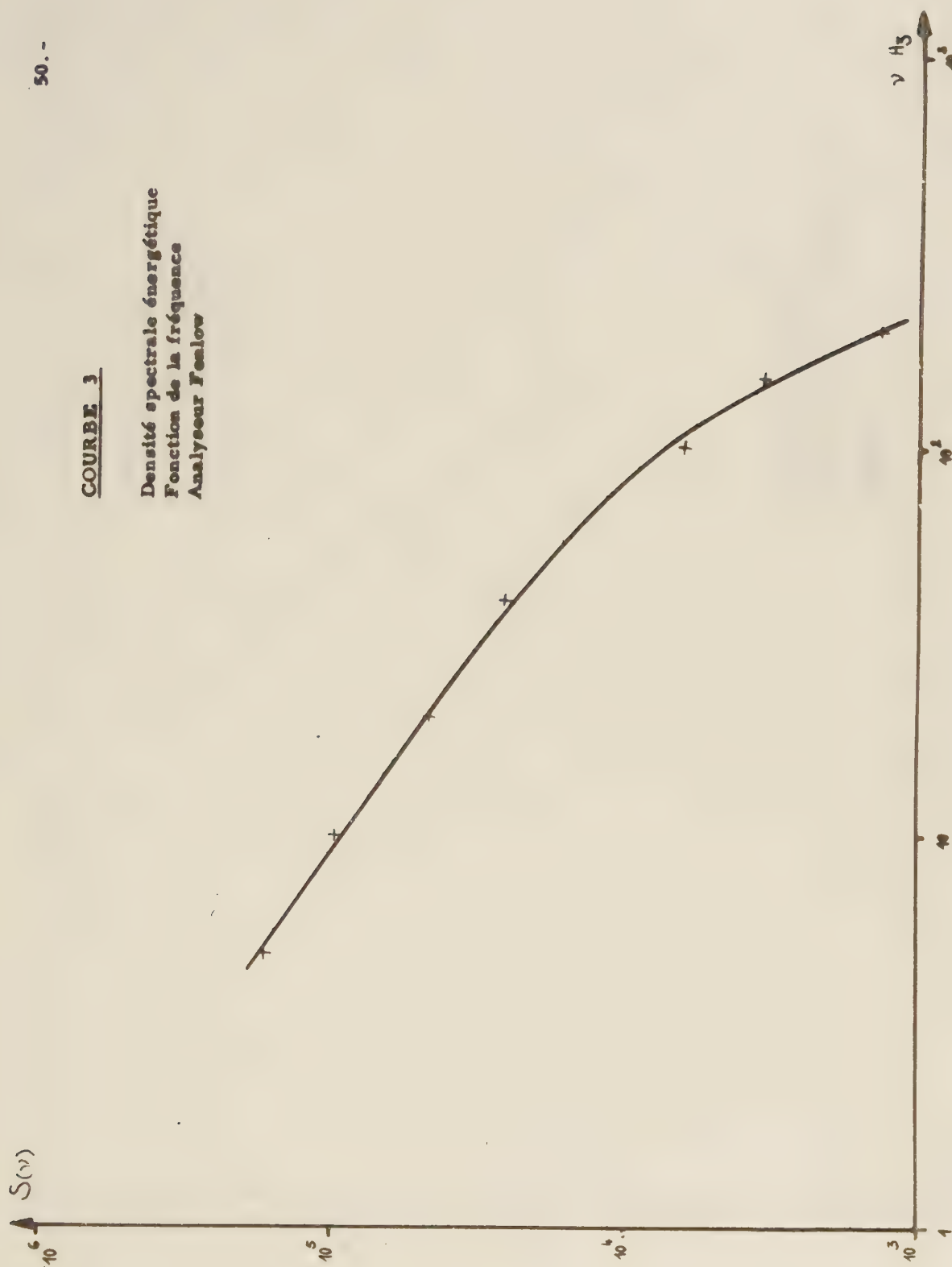
COURBE 2

Densité spectrale énergétique
Fonction de la fréquence
Analyseur Fenlow



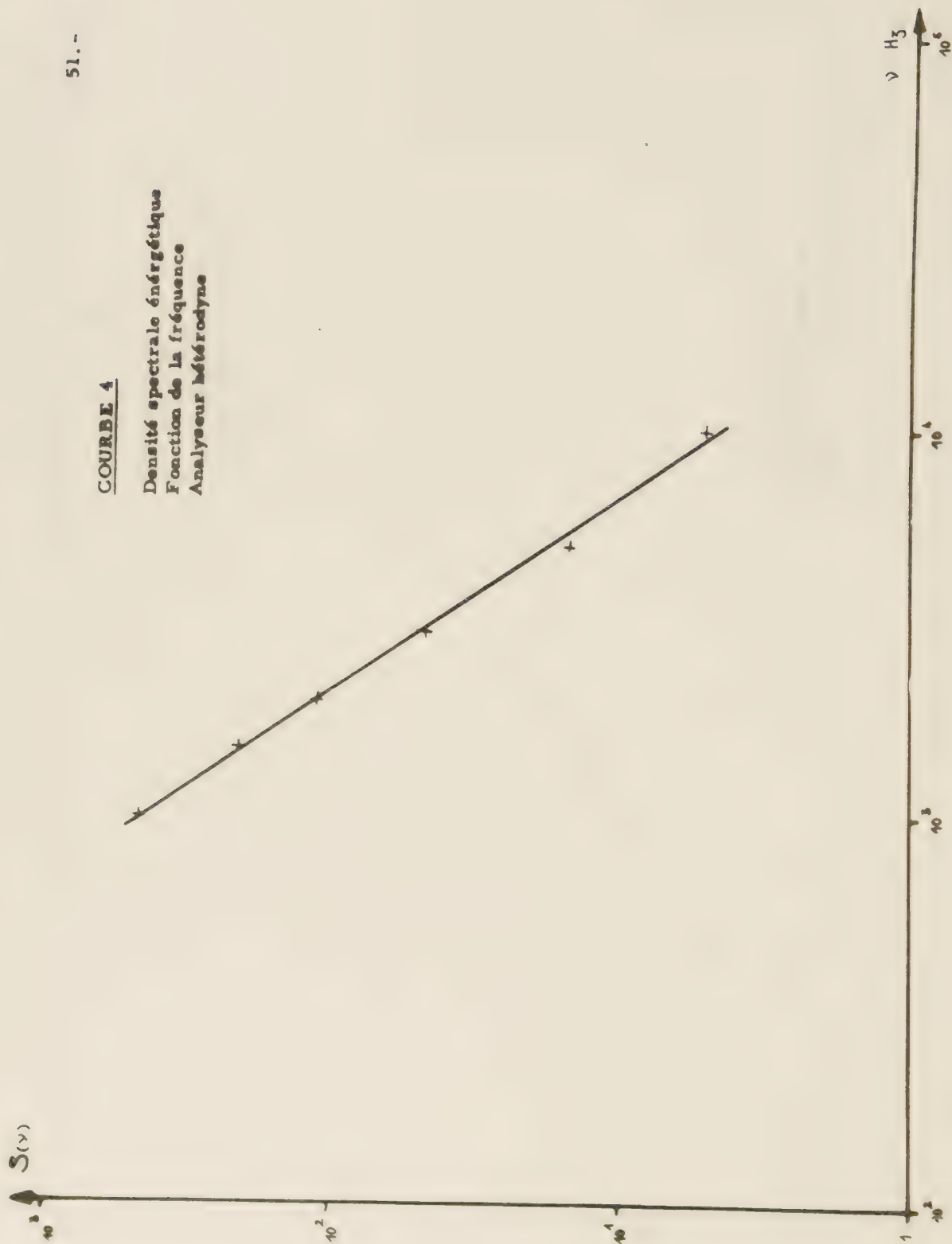
COURBE 3

Densité spectrale énergétique
Fonction de la fréquence
Analyseur Feulow



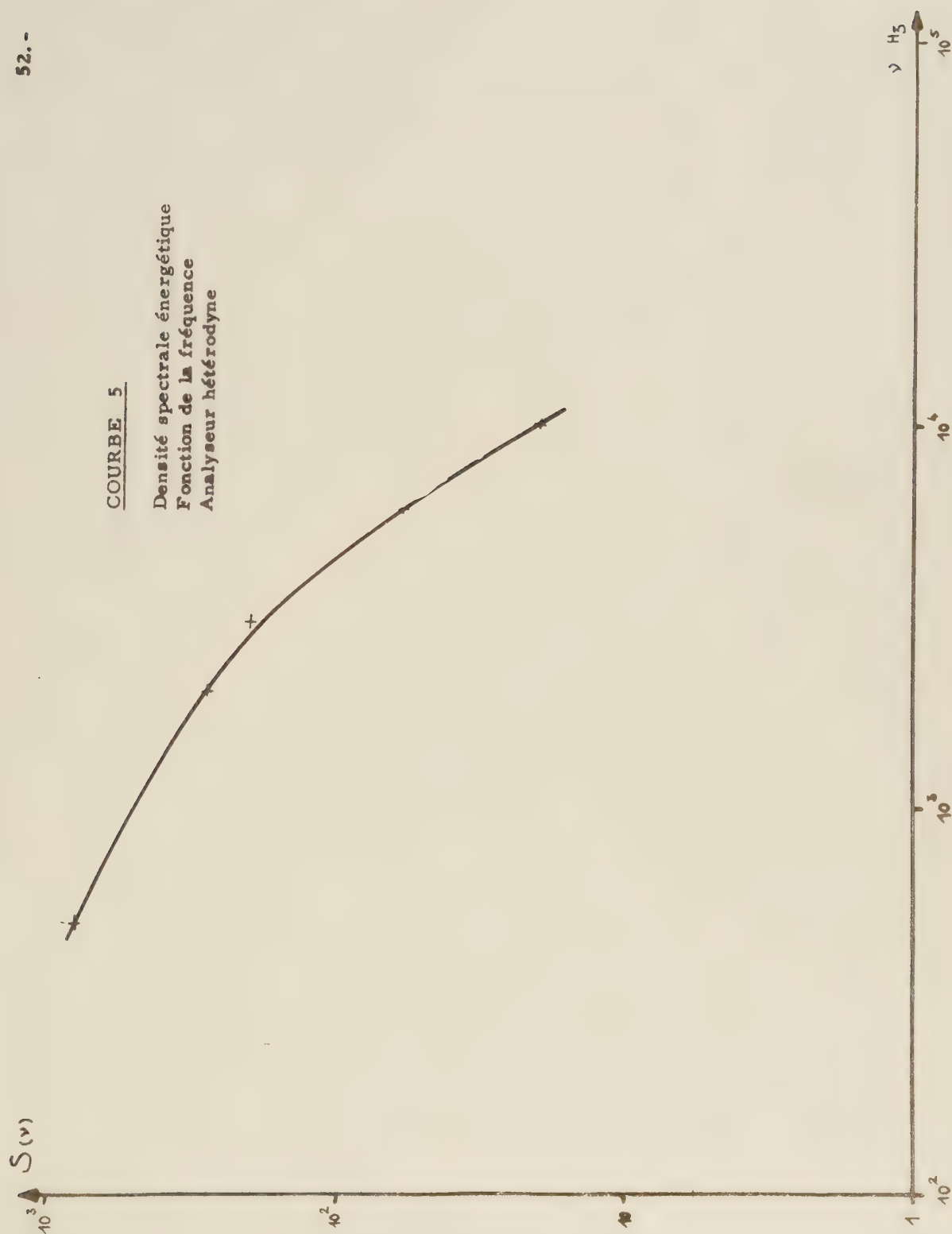
COURBE 4

Densité spectrale énergétique
Fonction de la fréquence
Analyseur Hétérodyné



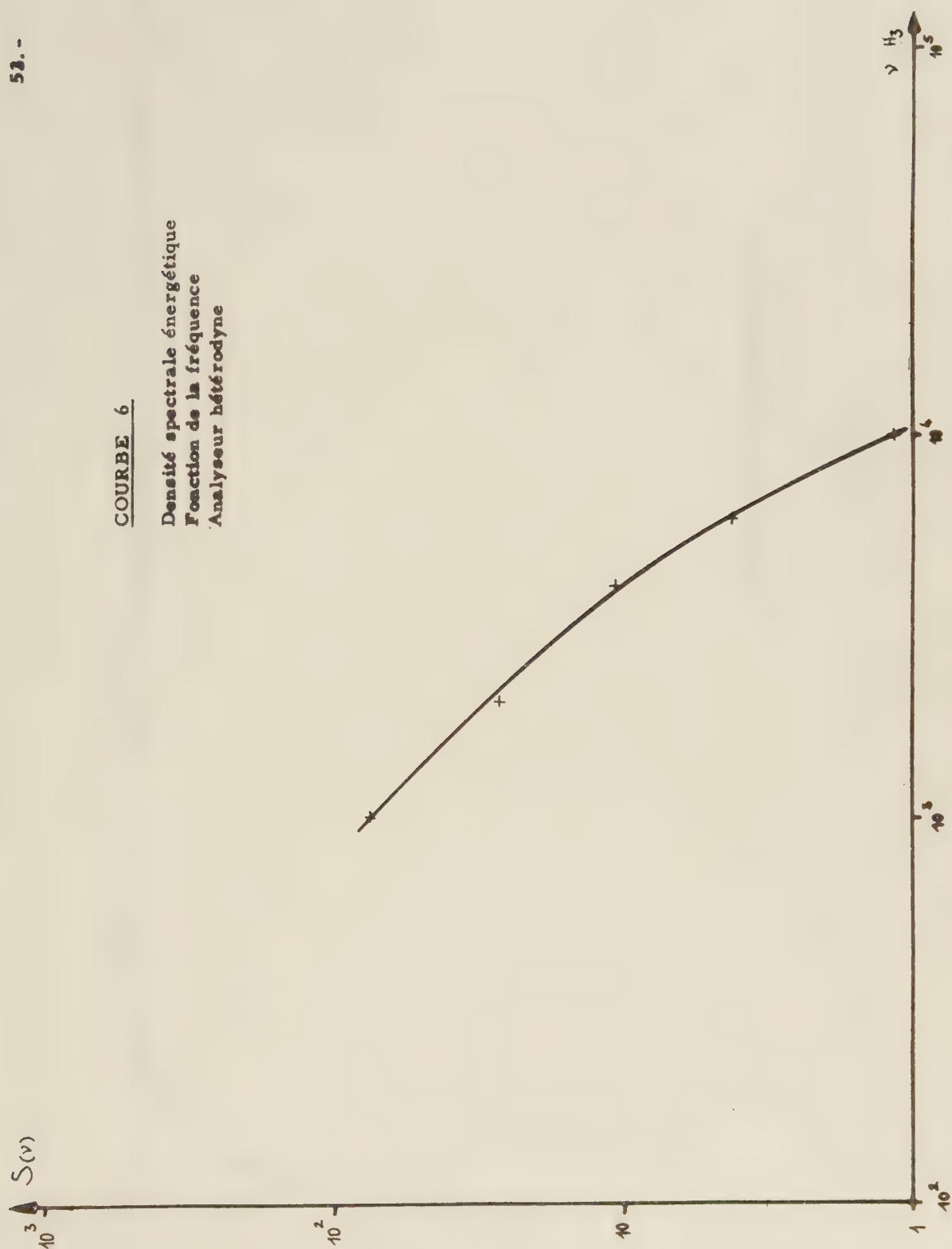
COURBE 5

Densité spectrale énergétique
Fonction de la fréquence
Analyseur hétérodyne



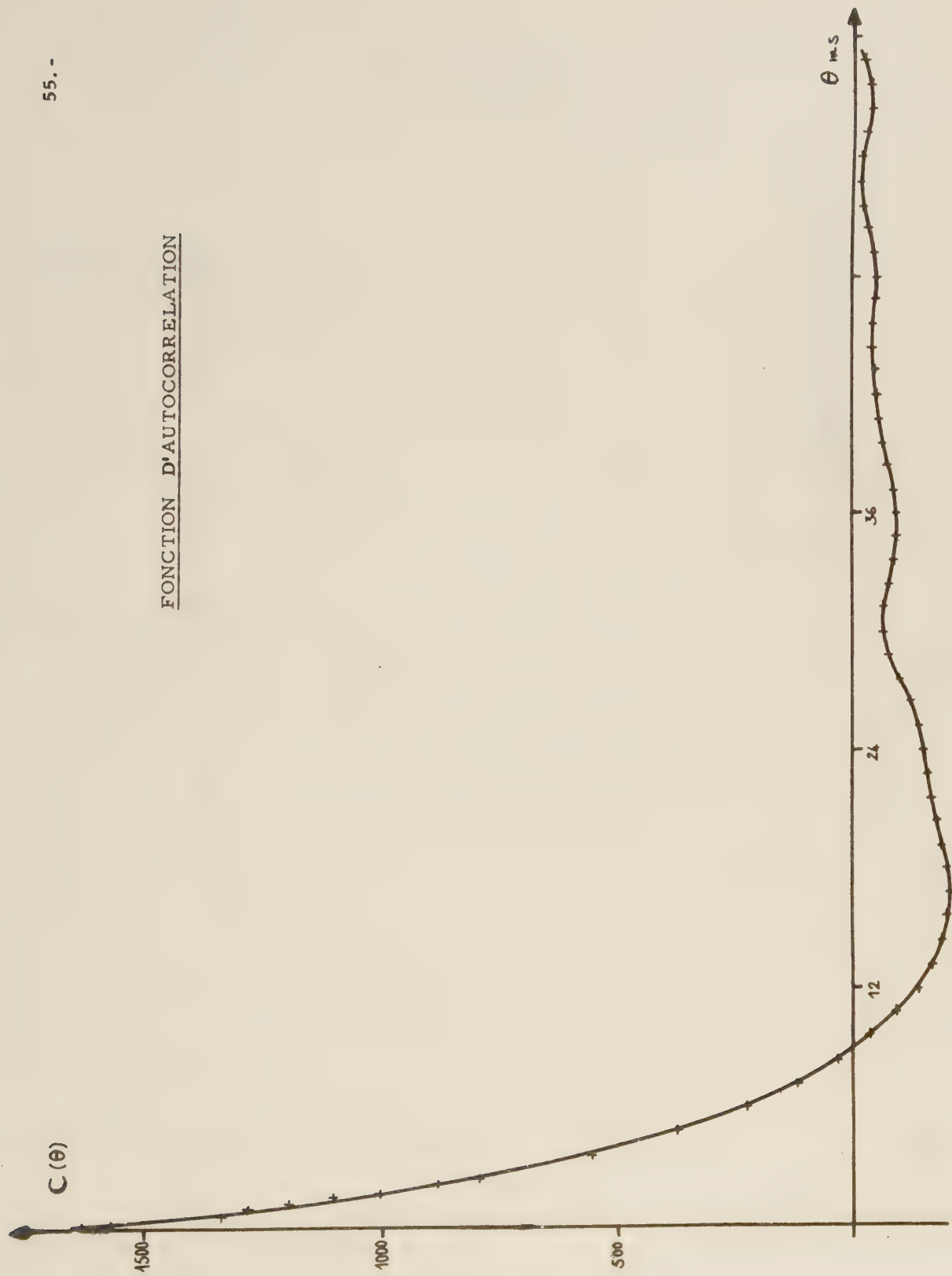
COURBE 6

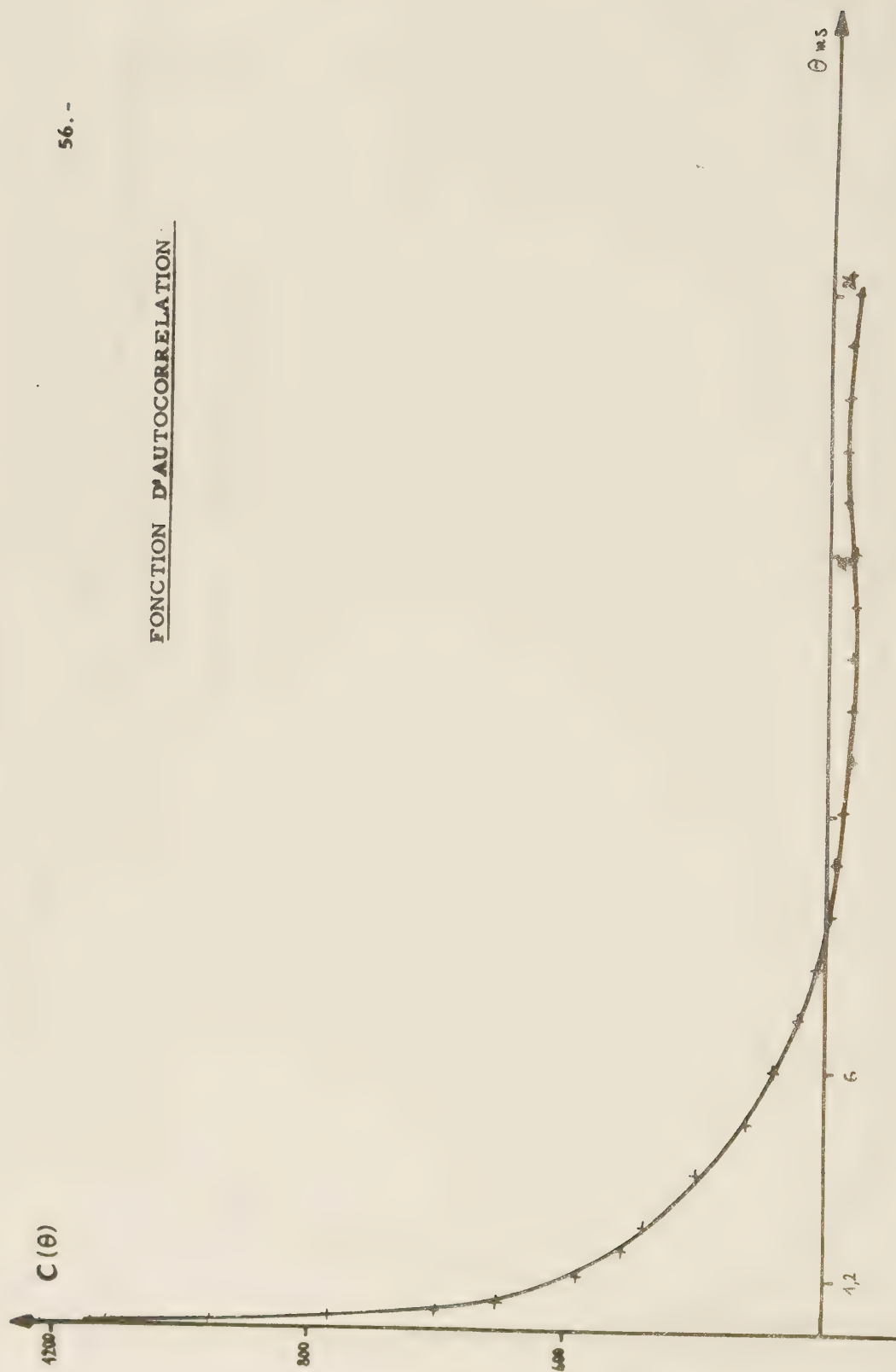
Densité spectrale énergétique
Fonction de la fréquence
Analyseur hétérodyne



FONCTION D'AUTOCORRELATION



FONCTION D'AUTOCORRELATION

FONCTION D'AUTOCORRELATION

BIBLIOGRAPHIE

- 1 J. BARDEEN
Phys.Rev., 71 - 717 (1947)
- 2 W.L. BROWN
Phys.Rev., 91-518 (1953)
- 3 R.H. KINGSTON
Phys. Rev., 93-346 (1954)
- 4 J.T. LAW and P.S. MEIGS
J.Appl.Phys., 26-12665 (1955)
- 5 E.N. CLARKE
Phys.Rev., 98-1178 (1855)
- 6 E.N. CLARKE
Phys.Rev., 99-1899 (1955)
- 7 R.H. KINGSTON and S. NEUSTADTER
J.Appl.Phys. 26-718 (1955)
- 8 A.R. PLUMMER
PRoc.Phys.Soc., 69 B, 539 (1956)
- 9 W.T. ERIKSEN , H. STATZ and G.A. DE MARS
J.Appl.Phys., 28-133 (1957)
- 10 A. MANY and D. GERLICH
Phys.Rev., 107-404 (1957)
- 11 R.E. BURGESS , A.F. GIBSON
"Progress in semi-conductors"
Heywood and Co. - Londres (1957)
- 12 V.O. MOWERY
J.Appl.Phys., 29-1753 (1958)
- 13 G.C. DOUSMANIS and R.C. DUNCAN
J.Appl.Phys. 29-1627 (1958)
- 14 E.O. JONHSON
Phys.Rev., 111-153 (1958)
- 15 R.D. FRANKL
J.Appl.Phys., 31-1752 (1960)

- 16 P.J. HOLMES
"The electro chemistry of semi-conductors"
Academic Press London and New York (1962)
- 17 E. SPENKE
"Les semi-conducteurs électroniques" ;Dunod 1959
- 18 C.E. YOUNG
J. Appl. Phys. 32-329 (1961)
- 19 P.E. GIBBONS
Nucl. Instr. and Methods vol. 29 N° 2, p. 289 (1964)
- 20 A. VAN DER ZIEL
"Fluctuation phénoména in semi-conductors"
London Butterworths Scientific publications (1959)
- 21 A. BLANC-LAPIERRE, B. PICINBONO
"Propriétés statistiques du bruit de fond"
Masson éd. (1961)
- 22 A. BLANC- LAPIERRE , R. FORTET
"Théorie des fonctions aléatoires " Masson éd. (1953)
- 23 G. BONNET
"Session d'étude sur le bruit de fond dans les circuits électroniques"
Lyon (1964)
- 24 J. MAX
Acta Imeko - Stocklom (1964)

TABLE DES MATIERES

<u>INTRODUCTION</u>	Pages 1
<u>CHAPITRE I - VARIATION DU POTENTIEL A LA SURFACE D'UN SEMI-CONDUCTEUR</u>	2
- Rappels sur le modèle des bandes d'un cristal	2
- Forme du potentiel électrique à la surface d'un semi-conducteur à l'équilibre thermique	4
- Origine du potentiel à la surface du semi-conducteur	8
<u>CHAPITRE II- LE BRUIT DANS LE DETECTEUR</u>	12
- Rappel sur les variables aléatoires dépendant du temps .	12
- Le bruit dans le détecteur	14
<u>CHAPITRE III - MESURE DE LA FONCTION D'AUTOCORRELATION ET DE LA DENSITE SPECTRALE</u>	19
- Tracé de la courbe représentant la fonction de corrélation	19
- Mesure de la densité spectrale énergétique	26
- Résultats expérimentaux	28
<u>CHAPITRE IV - BRUIT DE GENERATION ET RECOMBINAISON</u>	30
- Mise en place du problème et hypothèse de base	31
- Calcul de la fonction d'autocorrélation	34
- Influence de la surface	38
- Comparaison avec les mesures expérimentales	45
<u>CONCLUSION</u>	47
<u>BIBLIOGRAPHIE</u>	

Vu :

Les Membres du Jury

A. SARAZIN

J. LAFOUCRIERE

R. CHERY

Vu et Approuvé :

Le Doyen de la Faculté des Sciences

J. BRACONNIER

Vu et Accordé le permis d'imprimer

Lyon, le 10 Avril 1965

Le Recteur
Président du Conseil de l'Université

P. LOUIS

